目录

1 集合、充要条件

【2021 届南开第一次质量检测】

1. 已知集合 $A=\left\{y\,\middle|\,y=\sqrt{x+1}\right\}$，$B=\left\{x\,\middle|\,\frac{1}{x+1}<1\right\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $(-1,1]$　　B. $[-1,1)$　　C. $(0,+\infty)$　　D. $[0,1]$

【2021 届南开第一次质量检测】

3. 命题“$\forall x>0$，$\ln(1+x)<x$”的否定是（　　）

A. $\forall x>0$，均有 $\ln(1+x)\geq x$　　B. $\forall x\leq 0$，均有 $\ln(1+x)\geq x$

C. $\exists x_0>0$，使得 $\ln(1+x_0)\geq x_0$　　D. $\exists x_0\leq 0$，使得 $\ln(1+x_0)\geq x_0$

【2021 届南开第二次质量检测】

1．已知集合 $A=\left\{x\middle|\log_2(x-1)<0\right\}$，$B=\{x|-2<x\leq 2\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．(1，2)　　B．(1，2]　　C．[－2，2)　　D．(－2，2]

【2021 届南开第三次质量检测】

1．设集合 $A=\left\{x\in R\,\middle|\,x^2-7x-8>0\right\}$，$B=\{x\in Z\,|\,2x-7<0\}$，则 $(\complement_R A)\cap B=$（　　）

A．$\left[-1,\frac{7}{2}\right)$　　B．$(-\infty,-1]$　　C．$\{0,1,2,3\}$　　D．$\{-1,0,1,2,3\}$

【2021 届南开第三次质量检测】

7．已知等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1<0$，则“$a_3<a_6$”是“$a_1<a_5$”的（　　）

A．充分不必要条件　B．必要不充分条件　C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

【2021届南开第四次质量检测】

1．已知集合 $A=\left\{x\left|x\in Z\right|x^2+4x+3\le 0\right\}$，$B=\left\{x\left|\dfrac{x}{x+1}\ge 0\right.\right\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$[-3,-1]$　　B．$[-3,-1)$　　C．$\{-3,-2,-1\}$　　D．$\{-3,-2\}$

【2021届南开第四次质量检测】

2．"实数 a，b，c 成等比数列"是"$b^2=ac$"的（　　）

A．充分不必要条件　　B．充要条件

C．必要不充分条件　　D．既不充分也不必要条件

【2021届南开五模试题】

1．下列命题为真命题的是（　　）

A．$\forall x\in R$，$x^2-|x|+1\le 0$　　B．$\forall x\in R$，$-1\le\dfrac{1}{\cos x}\le 1$

C．$\exists x_0\in R$，$(\ln x_0)^2\le 0$　　D．$\exists x_0\in R$，$\sin x_0=3$

【2021届南开五模试题】

3．下列说法错误的是（　　）

A．"若 $x\ne 3$，则 $x^2-2x-3\ne 0$"的逆否命题是"若 $x^2-2x-3=0$，则 $x=3$"

B．"$\forall x\in R$，$x^2-2x-3\ne 0$"的否定是"$\exists x_0\in R$，$x_0^2-2x_0-3=0$"

C．"$x>3$"是"$x^2-2x-3>0$"的必要不充分条件

D．"$x<-1$ 或 $x>3$" 是"$x^2-2x-3>0$"的充要条件

【2021届南开第五次质量检测】

1．已知 $a,b\in\mathbf{R}$，集合 $A=\{a+5,a^2-1\}$，$B=\{a,b\}$，若 $A\cap B=\{3\}$，则 $A\cup B=$（　　）

A．$\{-2,3\}$　　B．$\{2,3\}$　　C．$\{2,3,5\}$　　D．$\{2,3,7\}$

【2021届南开第五次质量检测】

3．设 m 是直线，α、β 是两个不同的平面，且 $\alpha\perp\beta$，则"$m//\beta$"是"$m\perp\alpha$"的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

【2021届南开第五次质量检测】

11．设集合S是由一些复数组成的一个非空集合，如果 $\forall a,b\in S$，总有 $a+b$，$\boldsymbol{a-b}$，

$a \cdot b \in S$，则称S是一个数环.例如：整数集Z，有理数集Q，实数集R，复数集C都是数环.则下列命题正确的是（　　）

A．集合$S=\left\{2n \middle| n\in Z\right\}$是一个数环　　B．集合$S=\left\{\sqrt{2}n \middle| n\in Z\right\}$是一个数环

C．对任意两个数环S、T，$S\bigcap T$都不是空集D．对任意两个数环S、T，$S\bigcap T$都是数环

【2021届南开第六次质量检测】

1．已知集合$M=\left\{x \middle| 1-a<x<2a\right\}$，$N=(1,4)$，且$M\subseteq N$，则实数$a$的取值范围是（　　）

A．$(-\infty,2]$　　B．$(-\infty,0]$　　C．$(-\infty,\frac{1}{3}]$　　D．$\left[\frac{1}{3},2\right]$

【2021届南开第六次质量检测】

3．已知向量$\vec{a}=(2,3)$，$\vec{b}=(x,2)$，则“$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为锐角”是“$x>-3$”的（　　）

A．充分不必要条件　B．必要不充分条件　C．充要条件　D．既不充分也不必要条件

【2021届南开第七次质量检测】

2．已知集合$A=\left\{x \middle| y=\log_2\left(-x^2+x+2\right)\right\}$，$B=\left\{y \middle| y=\sqrt{1-x^2}\right\}$，则$A\bigcup B=$（　　）

A．$(-1,2)$　　B．$(-1,1]$　　C．$(-\infty,1)$　　D．$(-\infty,2)$

【2021届南开第八次质量检测】

1．已知全集$U=\left\{x \middle| |x|\le 2, x\in \mathbf{Z}\right\}$，集合$A=\{-1,0,2\}$，$B=\{-2,-1\}$，则$\left(ð_{U}A\right)\cap B=$（　　）

A．$\{-2\}$　　B．$\{-1\}$　　C．$\{-2,-1\}$　　D．$\varnothing$

【2021届南开第八次质量检测】

3．命题“$\forall x>0$，$x\sin x<2^x-1$”的否定是（　　）

A．$\forall x>0$，$x\sin x\ge 2^x-1$　　B．$\exists x>0$，$x\sin x\ge 2^x-1$

C．$\forall x\le 0$，$x\sin x<2^x-1$　　D．$\exists x\le 0$，$x\sin x\ge 2^x-1$

【2021届南开第八次质量检测】

12．设所有空间向量的集合为$R^3=\left\{\left(x_1,x_2,x_3\right) \middle| x_1,x_2,x_3\in \mathbf{R}\right\}$，若非空集合$M\subseteq R^3$满足：

①$\forall \vec{x},\vec{y}\in M$，$\vec{x}+\vec{y}\in M$，②$\forall a\in \mathbf{R}$，$\vec{x}\in M$，$a\vec{x}\in M$，则称$M$为$R^3$的一个向量次空间，已知A，$B$均为向量次空间，则下列说法错误的是（　　）

A．$A\cap B\neq \varnothing$

B．$A\cup B$为向量次空间

C．若$A\subseteq B$，则$B=R^3$

D．若$B\neq \{\vec{0}\}$，则$\forall \vec{x}\in A$，总$\exists \vec{y}\in B$且$\vec{y}\neq \vec{0}$，使得$\vec{x}\cdot \vec{y}=0$

2 复数

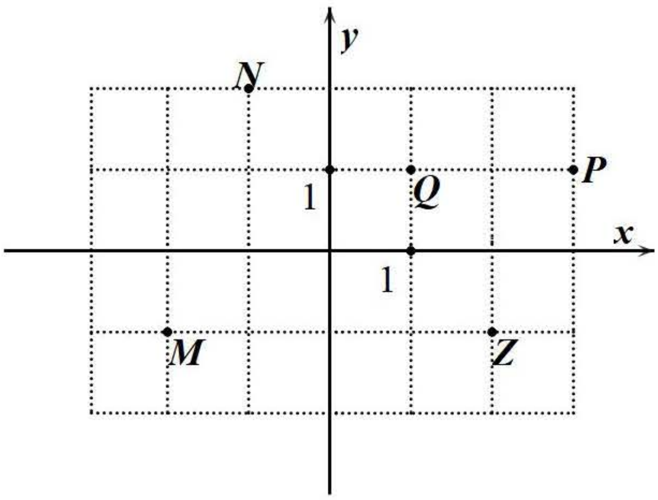
【2021 届南开第一次质量检测】

2. 已知$(1+ai)(a-i)>0$（i为虚数单位），则实数a等于（　　）

A. 1　　B. -1　　C. ± 1　　D. 0

【2021 届南开第二次质量检测】

2．设i为虚数单位，如图，网格纸上小正方形的边长为 1，图中复平面内点Z表示复数z，则表示复数$(1+i)\cdot z$的点是（　　）



A．M　　B．N　　C．P　　D．Q

【2021 届南开第三次质量检测】

9．已知复数$z=\dfrac{1+i^{2020}}{1-i}$($i$为虚数单位)，则下列说法错误的是（　　）

A．z的实部为 2　　B．z的虚部为 1　　C．$z=\sqrt{2}-i$　　D．$|z|=\sqrt{2}$

【2021 届南开第四次质量检测】

7．已知复数z满足$|z-2|=|z-1-i|$（i为虚数单位），则$|z-2i|+|z|$的最小值为（　　）

A．2　　　　B．$\sqrt{5}$　　　　C．3　　　　D．$\sqrt{10}$

【2021届南开五模试题】

10．设z为复数，则下列命题中正确的是（　　）

A．$|z|^2=z\overline{z}$

B．$|z|^2=z^2$

C．若$|z|=1$，则$|z+\mathrm{i}|$的最大值为2

D．若$|z-1|=1$，则$0\le|z|\le 2$

【2021届南开五模试题】

13．若复数$z=1-2i$(i为虚数单位)，则$\frac{\overline{z}}{z}=$__________.

【2021届南开第五次质量检测】

2．已知i是虚数单位，若复数$\frac{a-i}{b+i}=1-2i$，其中a，b为实数，则$|a+bi|$的值为（　　）

A．$\sqrt{10}$　　　　B．10　　　　C．$\sqrt{2}$　　　　D．2

【2021届南开第六次质量检测】

9．已知复数$z=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$(i为虚数单位)，则下列说法中正确的是（　　）

A．$z^3=1$　　　　B．$z^2=z$　　　　C．$z^2+z+1=0$

D．$z+z^2+\cdots+z^{2021}=0$

【2021届南开第七次质量检测】

5．已知方程$ax^2+bx+1=0(a,b\in\mathbf{R})$在复数范围内有一根为$1+i$，则复数$z=a+bi$在复平面上对应的点在（　　）

A．第一象限　　　　B．第二象限　　　　C．第三象限　　　　D．第四象限

【2021届南开第八次质量检测】

2．已知i为虚数单位，则复数$z=\dfrac{1-3\mathrm{i}^{2021}}{1+\mathrm{i}}$的虚部是（　　）

A．-2　　　　B．2　　　　C．$-2\mathrm{i}$　　　　D．$2\mathrm{i}$

3 平面向量

【2021 届南开第三次质量检测】

2．已知向量$\vec{a}=(1,y)$，$\vec{b}=(-2,1)$且$(\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{b}$，则实数$y=$（　　）

A．1　　　　B．$\frac{1}{2}$　　　　C．$-\dfrac{1}{2}$　　　　D．-3

【2021 届南开第三次质量检测】

11．在平行四边形$ABCD$中，$\left|\overrightarrow{AB}\right|=2$，$\left|\overrightarrow{AD}\right|=1$，$\overrightarrow{DE}=2\overrightarrow{EC}$，$AE$交$BD$于 F 且$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BD}=-2$，则下列说法正确的有（　　）

A．$\overrightarrow{AE}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AD}$　　　　B．$\overrightarrow{DF}=\dfrac{2}{5}\overrightarrow{DB}$

C．$\left\langle\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right\rangle=\dfrac{\pi}{3}$　　　　D．$\overrightarrow{FB}\cdot\overrightarrow{FC}=\dfrac{27}{25}$

【2021 届南开第三次质量检测】

14．已知单位向量$\vec{a},\vec{b}$满足：$|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{3}$，则$|\vec{a}+2\vec{b}|=$_____.

【2021 届南开第四次质量检测】

4．在$\triangle ABC$中，$\overrightarrow{AC}=(2,3)$，$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=(-2,3)$，则$\left|\overrightarrow{AB}\right|=$（　　）

A．2　　　　B．3　　　　C．4　　　　D．6

【2021 届南开第四次质量检测】

15．已知平面向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，满足$|\vec{a}|=1$，$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=2$，$(\vec{a}-\vec{c})\cdot(\vec{b}-\vec{c})=0$，则$|\vec{c}|$的最大值为______.

【2021 届南开第五次质量检测】

10．设平面向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$均为非零向量，则下列命题中正确的是（　　）

A．若$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}$，则$\vec{b}=\vec{c}$

B．若$\left|\vec{a}\cdot\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$同向

C．若$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$，则$\vec{a}\perp\vec{b}$

D．若$\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)\vec{c}=\left(\vec{b}\cdot\vec{c}\right)\vec{a}$，则$\vec{a}//\vec{c}$

【2021 届南开第五次质量检测】

14．已知向量$\vec{a}=\left(1,3\right)$，$\vec{b}=\left(\sin\theta,\sin\theta-\cos\theta\right)$，若$\vec{a}//\vec{b}$，则$\tan 2\theta=$________.

【2021 届南开第七次质量检测】

15．已知$\triangle ABC$中，$AB=4,AC=2,\angle BAC=60^{\circ}$，点 M、N 满足

$\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AN}=\mu\overrightarrow{AC}(\lambda>0,\mu>0)$，且$\lambda\mu=\dfrac{1}{4}$，则$\overrightarrow{BN}\cdot\overrightarrow{CM}$的最大值为________.

【2021 届南开第八次质量检测】

13．已知向量$\vec{a}=\left(2,-1\right)$，$\vec{b}=\left(4,x\right)$，且$\vec{a}//\vec{b}$，则$\left|\vec{a}+2\vec{b}\right|=$__________.

4 数列

【2021 届南开第三次质量检测】

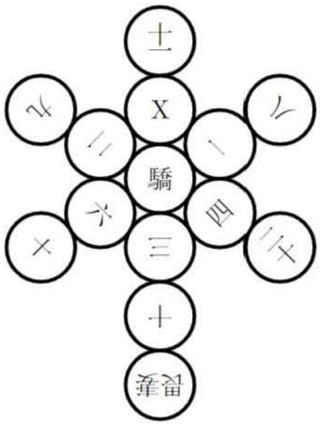
4．设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，且$S_n = 2a_n + n\left(n \in N^*\right)$，则$a_3 =$（　　）

A．-7　　B．-3　　C．3　　D．7

【2021 届南开第三次质量检测】

5．六博，又称“陆博”，是春秋战国时期开始流行的一种棋类游戏.游戏中需要使用的“博茕”，与我们今天的骰子非常接近，是古代人玩“六博”游戏的关键棋具.最早被发现的“博茕”是在陕西临潼秦始皇陵出土的石制十四面茕.这枚“博茕”为球形十四而体，每面都刻有一个数字，分别为零到十三，每投一次，出现任何一个数字都是等可能的.现投掷“博茕”三次，观察向上的点数：则这三个数依次能构成公比不为 1 的整数的等比数列的概率为（　　）

石博茕（qióng）



A．$\frac{1}{98}$　　B．$\frac{1}{686}$　　C．$\frac{2}{343}$　　D．$\frac{1}{343}$

【2021 届南开第三次质量检测】

12．已知函数$f(x) = 2\ln x + \frac{1}{x}$，数列$\{a_n\}$的前 n 项和为$S_n$，且满足$a_1 = 2$，

$a_{n+1} = f\left(a_n\right)\left(n \in \mathrm{N}^*\right)$，则下列有关数列$\{a_n\}$的叙述正确的是（　　）

A．$a_2 < a_1$　　B．$a_n > 1$　　C．$S_{100} < 100$　　D．$a_n \cdot a_{n+1} + 1 < 2a_n$

【2021届南开第三次质量检测】

17. 设$\{a_n\}$为等差数列，$\{b_n\}$是正项等比数列，且$a_1=b_1=2$，$a_3=2b_2$.在① $b_5-b_3=12b_1$，② $a_5+2=b_4$，这两个条件中任选一个，回答下列问题：

（1）写出你选择的条件并求数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

（2）在（1）的条件下，若$c_n=a_n+b_n\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，求数列$\{c_n\}$的前$n$项和$S_n$.

【2021届南开第四次质量检测】

6.《孙子算经》记载，中国古代诸侯的等级从低到高分为：男、子、伯、侯、公，一共五级.现每个级别的诸侯分别有1，2，3，4，5人，按照如下规则给他们分发一批苹果：同一等级的诸侯所得苹果数依次为a_1，a_2，a_3，…，且满足$a_{k+1}=a_k+k\left(k\in N^*\right)$；任一等级诸侯所得苹果数量最多的比高一级的诸侯所得苹果数最少的少一个. 现已知等级为男的诸侯所得苹果数为1，则这批苹果共有（　　）个.

A．158　　B．159　　C．160　　D．161

【2021届南开第四次质量检测】

16．已知数列$\{a_n\}$满足：$a_1=\dfrac{5}{2}$，$a_{n+1}=\dfrac{1}{2}a_n^2-a_n+2\left(n\in N^*\right)$，若上取整函数$\lceil x\rceil$表示不小于$x$的最小整数（例如：$\lceil 1.2\rceil=2$，$\lceil 3\rceil=3$），则$\left\lceil \dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+\cdots+\dfrac{1}{a_{2020}}\right\rceil=$______.

【2021届南开第四次质量检测】

18．已知数列$\{a_n\}$是公差不为0的等差数列，其前n项和为S_n，满足$S_5=35$，且a_1，a_4，a_{13}成等比数列.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）若$b_n=\dfrac{4}{a_n^2-1}$，数列$\{b_n\}$的前n项和为T_n，实数λ使得$\dfrac{\lambda}{S_n}+T_{n+1}\le 3$对任意$n\in N^*$恒成立，求$\lambda$的取值范围.

【2021届南开五模试题】

6．设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且满足$a_1=2$，$S_7=35$，将a_3，a_7，a_{11}，a_{15}中去掉一项后，剩下的三项按原来的顺序恰为等比数列$\{b_n\}$的前三项，则数列$\{a_nb_n\}$的前10项的和$T_{10}=$（　　）

A．$10\cdot 2^{12}$　　B．$9\cdot 2^{12}$　　C．$11\cdot 2^{12}$　　D．$12\cdot 2^{12}$

【2021届南开五模试题】

17．已知等比数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=2^n+r$，其中r为常数.

（1）求r的值；

（2）设$b_n=2\left(1+\log_2 a_n\right)$，若数列$\{b_n\}$中去掉数列$\{a_n\}$的项后余下的项按原来的顺序组成数列$\{c_n\}$，求$c_1+c_2+c_3+\ldots+c_{100}$的值.

【2021 届南开第五次质量检测】

16．毕达哥拉斯树是由毕达哥拉斯根据“勾股定理”所画出来的一个可以无限重复的图形．也叫“勾股树”，是由一个等腰直角三角形分别以它的每一条边向外作正方形而得到.现按照这种思想，以一个内角为30°、斜边长为 2 个单位的直角三角形的每一条边向外作正方形得到“类勾股树”，图 1 为第 1 代“类勾股树”，重复图 1 的作法得到第 2 代“类勾股树”（如图 2），如此继续.则第 2 代“类勾股树”上的所有正方形的面积之和为____________；第$n\left(n\in N^{*}\right)$代“类勾股树”上的所有正方形的面积之和为__________.

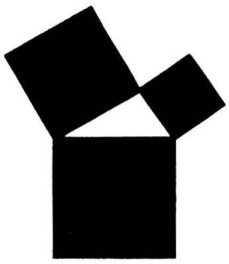


图 1

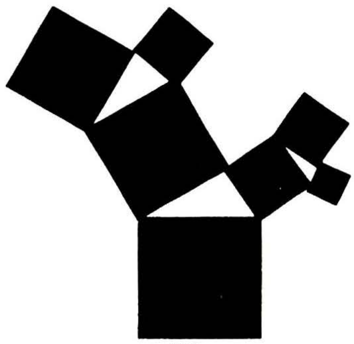


图 2

【2021 届南开第五次质量检测】

18．已知S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和.

（1）求证：$a_{n+1}^2\geq a_na_{n+2}$；

（2）若$a_2=3$，a_3是a_1和S_3的等差中项，设$b_n=\left(\frac{1}{3}\right)^{a_n}$，$T_n$为数列$\{b_n\}$的前$n$项和，求证：$T_n<\frac{3}{8}$.

【2021 届南开第六次质量检测】

18．已知正项数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$4S_n+1=(a_n+1)^2$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式a_n；

（2）若有限数列$\{b_n\}$满足$b_k=(a_k+1)\mathrm{C}_n^k$，$k=1,2,\cdots,n$，求数列$\{b_n\}$的前$n$项和为$T_n$.

【2021 届南开第七次质量检测】

13．已知数列$\{a_n\}$对任意正整数 n 均有$2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$成立，且前 n 项和S_n满足$S_5=15$，则$a_3=$______.

【2021 届南开第七次质量检测】

18．已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且满足$a_1=3$，$a_n=xa_{n-1}+n-2(n\geq 2)$，其中$x\in\mathbf{R}$.

（1）若$x=1$，求出a_n；

（2）是否存在实数x，y使$\{a_n+yn\}$为等比数列？若存在，求出S_n，若不存在，说明理由.

【2021 届南开第八次质量检测】

4．已知$\{a_n\}$为正项等比数列，且$a_2a_4=4$，设T_n为该数列的前n项积，则$T_5=$（　　）

A．8　　B．16　　C．32　　D．64

【2021 届南开第八次质量检测】

19．已知数列$\{a_n\}$为等比数列，且$a_2=4$，$2(a_1+a_3)=a_2+a_4$．

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设$b_n=\log_2 a_n$，$c_n=a_nb_n+\dfrac{1}{b_nb_{n+1}}$，求数列$\{c_n\}$的前$n$项和$T_n$．

5 函数与导数

【2021 届南开第一次质量检测】

4. 下列函数中，值域为$[0,+\infty)$且在定义域上为单调递增函数的是（　　）

A. $y=\ln(x^2+1)$　　B. $y=x^{\frac{3}{4}}$　　C. $y=e^x+e^{-x}-2$　　D. $y=\dfrac{2^x-1}{2^x+1}$

【2021 届南开第一次质量检测】

5. 已知函数$f(x)=e^x-x-2$，则下列区间中含$f(x)$零点的是（　　）

A. $(-2,-1)$　　B. $(-1,0)$　　C. $(0,1)$　　D. $(1,2)$

【2021 届南开第一次质量检测】

6. 已知$f(x)=\ln(1+x)+\ln(1-x)$，若$f(2a-1)<f(a)$，则实数a的取值范围为（　　）

A. $\left(-\infty,\dfrac{1}{3}\right)\cup(1,+\infty)$　　B. $(-\infty,0)\cup\left(0,\dfrac{1}{3}\right)$

C. $(0,1)$　　D. $\left(0,\dfrac{1}{3}\right)$

【2021 届南开第一次质量检测】

7.“喊泉”是一种地下水的毛细现象，人们在泉口吼叫或发出其他声音时，声波传入泉洞内的储水池，进而产生“共鸣”等物理声学作用，激起水波，形成涌泉.声音越大，涌起的泉水越高.已知听到的声强m与标准声调m_0（m_0约为10^{-12}，单位：$\mathrm{W/m^2}$）之比的常用对数称作声强的声强届，记作L（贝尔），即$L=\lg\dfrac{m}{m_0}$，取贝尔的 10 倍作为响度的常用单位，简称为分贝.已知某处“喊泉”的声音响度y（分贝）与喷出的泉水高度x（米）满足关系式$y=2x$，现知A同学大喝一声激起的涌泉最高高度为 70 米，若A同学大喝一声的声强大约相当于 100 个B同学同时大喝一声的声强，则B同学大喝一声激起的涌泉最高高度约为（　　）米.

A. 0.7　　B. 7　　C. 50　　D. 60

【2021 届南开第一次质量检测】

8. 已知函数$f\left(x\right)=\begin{cases}\left|\ln x\right|+1, x>0\\ e^x+1, x\le 0\end{cases}$，$g\left(x\right)=-x^2-2x$，若方程$f\left(g\left(x\right)\right)-a=0$有 4 个不相等的实根，则实数$a$的取值范围是（　　）

A. $\left(-\infty,1\right)$　　B. $\left(0,1\right]$　　C. $\left(1,2\right]$　　D. $\left[2,+\infty\right)$

【2021 届南开第一次质量检测】

9. 下列四个函数中过相同定点的函数有（　　）

A. $y=ax+2-a$　　B. $y=x^{a-2}+1$

C. $y=a^{x-3}+1\left(a>0,a\neq 1\right)$ D. $y=\log_a\left(2-x\right)+1\left(a>0,a\neq 1\right)$

【2021 届南开第一次质量检测】

10. 已知函数$f\left(x+1\right)$关于点$\left(-1,0\right)$对称，对任意$x\in\mathbf{R}$，都有$f\left(1-x\right)=f\left(1+x\right)$成立，且当$x_1\neq x_2$，$x_1,x_2\in\left[0,1\right]$时，都有$\left(x_1-x_2\right)\left[f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)\right]>0$，则下列结论正确的有（　　）

A. $f\left(1\right)+f\left(2\right)+f\left(3\right)+\text{L}\ +f\left(2019\right)+f\left(2020\right)=0$

B. 函数$y=f\left(x+5\right)$为偶函数

C. 函数$f\left(x\right)$在$\left[-2020,0\right]$上有 1011 个零点

D. 函数$f\left(x\right)$在$\left[2020,2021\right]$上为减函数

【2021 届南开第一次质量检测】

11. 已知$f\left(x\right)=\sin x+x\left(x\in\left[-1,1\right]\right)$，且实数$a$，$b$满足$f\left(a\right)+f\left(b-1\right)=0$成立，则以下正确的是（　　）

A. ab的最大值为$\dfrac{1}{4}$ B. ab的最小值为-2

C. $\dfrac{1}{a}+\dfrac{4}{b}$的最小值为 9 D. $b-a$的最大值为 3

【2021 届南开第一次质量检测】

12. 已知$3^a=2$，$5^b=3$，则（　　）

A. $a<b$ B. $a+\dfrac{1}{a}<b+\dfrac{1}{b}$

C. $a+b>2ab$ D. $a+a^b<b+b^a$

【2021届南开第一次质量检测】

13. $\left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{2}{3}}+9^{-\log_3 2}=$______.

【2021届南开第一次质量检测】

14. 已知函数 $f\left(x\right)=f'\left(\frac{\pi}{3}\right)\sin x\cos 2x$ （其中 $f'\left(x\right)$ 为 $f\left(x\right)$ 的导函数），则 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=$______.

【2021届南开第一次质量检测】

15. 已知 $f\left(x\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x+a}$，$g\left(x\right)=\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}$，若对任意的 $x_1\in R$，都存在 $x_2\in\left[1,+\infty\right)$，使得 $f\left(x_1\right)\le g\left(x_2\right)$ 成立，则实数 a 的取值范围为______.

【2021届南开第一次质量检测】

16. 已知函数 $f\left(x\right)=\frac{2^x+a}{2^{x+1}-2}\left(a\in R\right)$ 为奇函数，且 $y=f\left(x\right)$ 的图象和函数 $y=2^x-m$ 的图象交于不同两点 A、B，若线段 AB 的中点 M 落在直线 $y=-\frac{1}{2}$ 上，则实数 m 的值为______.

【2021 届南开第一次质量检测】

17. 已知二次函数 $f\left(x\right)$ 顶点坐标为 $\left(2,-4\right)$，且 $f\left(x\right)$ 图象和 x 轴两交点间的距离为 4.

（1）求函数 $f\left(x\right)$ 的解析式；

（2）若关于 x 的不等式 $f\left(x+t\right)\le -3t$ 在 $x\in\left[2,4\right]$ 上恒成立，求实数 t 的取值范围.

【2021 届南开第一次质量检测】

19. 已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{e^x}{x}+a\left(\dfrac{1}{x}+\ln x\right)\left(a<-1\right)$.

（1）讨论 $f\left(x\right)$ 的单调性；

（2）若 $f\left(x\right)$ 存在极小值，且极小值大于 a，求实数 a 的取值范围.

【2021 届南开第一次质量检测】

22. 已知函数 $f\left(x\right)=x^2-mx-e^x+1$.

（1）若函数 $f\left(x\right)$ 在点 $\left(1,f\left(1\right)\right)$ 处的切线 l 经过点 $\left(2,4\right)$，求实数 m 的值；

（2）若关于 x 的方程 $\left|f\left(x\right)\right|=mx$ 有唯一的实数解，求实数 m 的取值范围.

【2021 届南开第二次质量检测】

5．函数 $f(x)=\dfrac{\cos x-a}{e^x}$ 在 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 处取得极值，则（　　）

A．$a=1$，且 $\dfrac{\pi}{2}$ 为极大值点　　B．$a=1$，且 $\dfrac{\pi}{2}$ 为极小值点

C．$a=-1$，且 $\dfrac{\pi}{2}$ 为极大值点　　D．$a=-1$，且 $\dfrac{\pi}{2}$ 为极小值点

【2021 届南开第二次质量检测】

6．设 $a=0.2^{0.3}$，$b=\log_2 3$，$c=\log_3 4$，则（　　）

A．$a<b<c$　　B．$a<c<b$

C．$c<a<b$　　D．$b<a<c$

【2021 届南开第二次质量检测】

8．设 $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数，若对任意实数 x，都有 $x\left[f'(x)-f(x)\right]+f(x)>0$，且 $f(1)=2020e$，则不等式 $xf(x)-2020e^x\geq 0$ 的解集为（　　）

A．$[1,+\infty)$　　B．$(-\infty,1]$　　C．(0，2020]　　D．(1，2020]

【2021 届南开第二次质量检测】

9．下列函数中，既是奇函数，又是增函数的为（　　）

A．$y=2^x-2^{-x}$　　B．$y=x-\dfrac{1}{x}$　　C．$y=\begin{cases}x^2 & x\geq 0\\ -x^2 & x<0\end{cases}$

D．$y=\ln\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)$

【2021 届南开第二次质量检测】

12．已知函数 $f(x)=x\sin x$，$x\in \mathbf{R}$，则下列说法正确的有（　　）

A．$f(x)$ 是偶函数

B．$f(x)$ 是周期函数

C．在区间 $\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$ 上，$f(x)$ 有且只有一个极值点

D．过(0，0)作 $y=f(x)$ 的切线，有且仅有 3 条

【2021 届南开第二次质量检测】

13．已知函数 $f(x)=\begin{cases}\sin \pi x & x\geq \dfrac{1}{2}\\ f(1-x) & x<\dfrac{1}{2}\end{cases}$，则 $f\left(-\dfrac{2}{3}\right)=$________．

【2021 届南开第二次质量检测】

14．已知实数 a，b 满足 $|\ln a|=|\ln b|$，$a\neq b$，则 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{4}{b}$ 的最小值为________．

【2021 届南开第二次质量检测】

19．已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{6}x^3+ax$，$g(x)=x-\sin x$

（1）求函数 $g(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上的最值；

（2）设 $h(x)=f(x)-g(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增，求实数 a 的取值范围．

【2021届南开第二次质量检测】

22．函数 $f(x)=\dfrac{1}{m}e^{mx}-\dfrac{1}{2}x^2$，$f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数.

（1）若 $m=1$，$x\in\mathbf{R}$，证明：$f(x)+f(-x)\geq 2$；

（2）若 $m>1$，且对任意 $x\in(e,+\infty)$，$\dfrac{mx(mx-6)+2f'(x)}{\ln x}\geq \ln x-6$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.

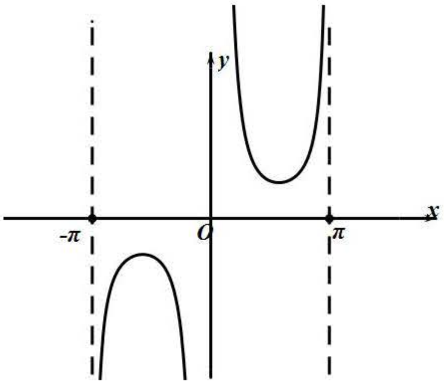
【2021届南开第三次质量检测】

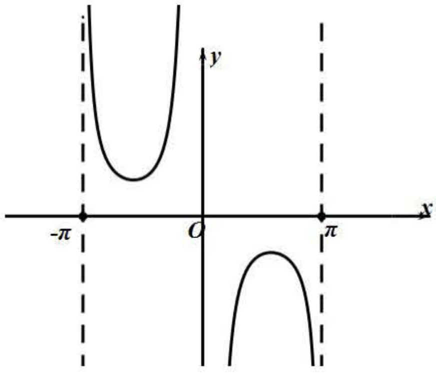
3．已知实数 $a=3^{\ln 3}$，$b=\log_2\dfrac{1}{3}$，$c=\sin\dfrac{\pi}{9}$，则 a，b，c 的大小关系为（　　）

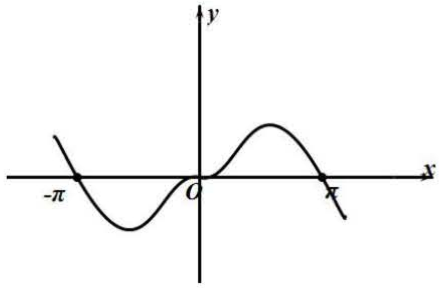
A．$a>b>c$　　B．$b>c>a$　　C．$a>c>b$　　D．$b>a>c$

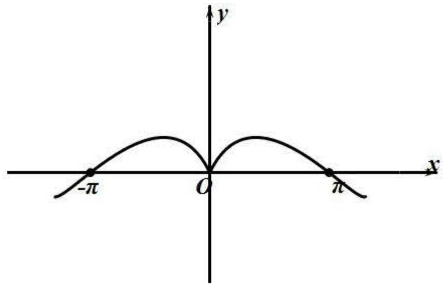
【2021届南开第三次质量检测】

6．函数 $f(x)=\dfrac{x^2+\cos x}{x^2\sin x}$ 的部分图象大致为（　　）

A．

B．

C. 

D. 

【2021 届南开第三次质量检测】

13．函数 $f(x)=\dfrac{e^x}{x}$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程为______.

【2021 届南开第三次质量检测】

21．已知函数 $f(x)=\cos x\cdot\ln x-ax$.

（1）当 $a=0$ 时，求函数 $f(x)$ 在 $\left[\dfrac{\pi}{2},\pi\right]$ 上的最大值；

（2）若函数 $f(x)$ 在 $\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ 上单调递增，求实数 a 的取值范围.

【2021 届南开第四次质量检测】

8．实数 x，y 满足 $4e^{4-2x}=(2x+y)e^y$，则 $x+\dfrac{2x^2}{y}+\dfrac{y}{x}$ 的最小值为（　　）

A．2　　B．$\sqrt{7}$　　C．7　　D．4

【2021 届南开第四次质量检测】

12．已知函数 $f(x)=\begin{cases}(x+1)e^x, & x<0\\ \dfrac{(x+1)^2}{e^x}, & x\ge 0\end{cases}$，下列选项正确的是（　　）

A．函数 $f(x)$ 在 $(-2,1)$ 上单调递增

B．函数 $f(x)$ 的值域为 $\left[-\dfrac{1}{e^2},+\infty\right)$

C．若关于 x 的方程 $[f(x)]^2-a|f(x)|=0$ 有 3 个不相等的实数根，则实数 a 的取值范围是 $\left(\dfrac{1}{e^2},\dfrac{4}{e}\right)$

D．不等式$f\left(x\right)-ax-a>0$在$\left(-1,+\infty\right)$恰有两个整数解，则实数a的取值范围是$\left[\frac{1}{e^2},\frac{2}{e}\right)$

【2021届南开第四次质量检测】

20．已知函数$f\left(x\right)=\frac{1}{3}ax^3-4x\left(a\in R\right)$.

（1）讨论函数$f\left(x\right)$的单调性；

（2）若$a=1$，$\forall x_1,x_2\in\left[1,\sqrt{2}\right]$且$x_1\neq x_2$，都有$\left|f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)\right|<m\left|\ln x_1-\ln x_2\right|$成立，求实数$m$的取值范围.

【2021届南开五模试题】

8．已知函数$f\left(x\right)=x^2+ax+b\left(a,b\in R\right)$在区间$\left[2,3\right]$上有零点，则$a^2+ab$的取值范围是（　　）

A．$\left(-\infty,4\right]$　　B．$\left(-\infty,\frac{81}{8}\right]$　　C．$\left[4,\frac{81}{8}\right]$　　D．$\left[\frac{81}{8},+\infty\right)$

【2021届南开五模试题】

9．已知函数$f(x)=\sin^n x+\cos^n x\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，则（　　）

A．对任意正奇数$n, f(x)$为奇函数

B．当$n=4$时，$f(x)$的单调递增区间是$\left[-\frac{\pi}{4}+k\pi,k\pi\right](k\in\mathbf{Z})$

C．当$n=3$时，$f(x)$在$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上的最小值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$

D．对任意正整数$n, f(x)$的图象都关于直线$x=\frac{\pi}{4}$对称

【2021届南开五模试题】

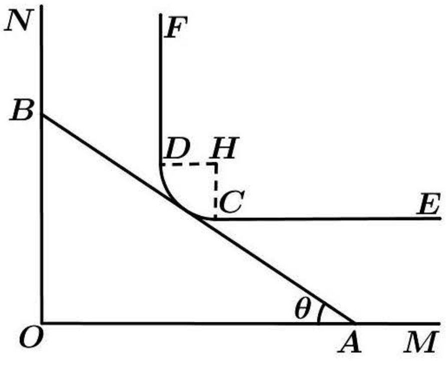
14．定义域为R的奇函数$y=f\left(x\right)$在$(-\infty,0]$上单调递减．设$g(x)=xf(x)$，若对于任意$x\in[1,2]$，都有$g(2+x)\le g(ax)$，则实数a的取值范围为_____．

【2021 届南开五模试题】

15．已知函数$f\left(x\right)=x^2-2mx+e^{2x}-2me^x+2m^2$，若存在实数$x_0$，使得$f\left(x_0\right)\le\frac{1}{2}$成立，则实数$m=$_________.

【2021 届南开五模试题】

22. 如图，某市一学校 H 位于该市火车站 O 北偏东 45°方向，且 OH＝$4\sqrt{2}$ km，已知 OM，ON 是经过火车站 O 的两条互相垂直的笔直公路，CE，DF 及圆弧 CD 都是学校道路，其中 CE∥OM，DF∥ON，以学校 H 为圆心，半径为 2km 的四分之一圆弧分别与 CE，DF 相切于点 C，D.当地政府欲投资开发△AOB 区域发展经济，其中 A，B 分别在公路 OM，ON 上，且 AB 与圆弧 CD 相切，设∠OAB＝ϑ，△AOB 的面积为 Skm^2.



（1）求 S 关于ϑ的函数解析式;

（2）当ϑ为何值时，△AOB 面积 S 为最小，政府投资最低？

【2021届南开第五次质量检测】

6．已知函数 $f(x)=\begin{cases}\cos\pi x, x\le 0\\ x^{-\frac{1}{2}}, 0<x\le 1\\ -f(x-1), x>1\end{cases}$，则 $f\left(\dfrac{2021}{4}\right)=$（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B．$-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C．-2　　D．$-\dfrac{1}{2}$

【2021届南开第五次质量检测】

8．已知实数 a、b 满足 $a=\log_2 3+\log_6 4$，$3^a+4^a=5^b$，则关于 a、b 下列判断正确的是（　　）

A．$a<b<2$　　B．$b<a<2$

C．$2<a<b$　　D．$2<b<a$

【2021届南开第五次质量检测】

22．已知函数 $f(x)=x-\ln x-a(a\in R)$.

（1）讨论函数 $f(x)$ 的零点个数；

（2）当 $a>1$ 时，实数 x_0 为函数 $f(x)$ 的小于 1 的零点，求证：

①$\dfrac{1}{2}x_0+\dfrac{1}{x_0}+1<e^a$；

②$\dfrac{x_0^2+1}{x_0}>2a-\ln a$.

【2021届南开第六次质量检测】

8. 定义在 $(-2,2)$ 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$，满足：$f(x)+e^{4x}f(-x)=0$，$f(1)=e^2$，且当 $x>0$ 时，$f'(x)>2f(x)$，则不等式 $e^{2x}f(2-x)<e^4$ 的解集为（　　）

A．$(1,4)$　　B．$(-2,1)$　　C．$(1,+\infty)$　　D．$(0,1)$

【2021届南开第六次质量检测】

10．已知函数$f(x)$满足$\forall x\in R$，有$f(x)=f(6-x)$，且$f(x+2)=f(x-2)$，当$x\in[-1,1]$时，$f(x)=\ln\left(\sqrt{1+x^2}-x\right)$，则下列说法正确的是（　　）

A．$f(2021)=0$

B．$x\in(2020,2022)$时，$f(x)$单调递增

C．$f(x)$关于点$(1010,0)$对称

D．$x\in(-1,11)$时，方程$f(x)=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}x\right)$的所有根的和为30

【2021届南开第六次质量检测】

12．曼哈顿距离(或出租车几何)是由十九世纪的赫尔曼·闵可夫斯基所创的词汇，是一种使用在几何度量空间的几何学用语.例如，在平面上，点$P\left(x_1,y_1\right)$和点$Q\left(x_2,y_2\right)$的曼哈顿距离为：$L_{PQ}=\left|x_1-x_2\right|+\left|y_1-y_2\right|$.若点$P\left(x_1,y_1\right)$为$C:x^2+y^2=4$上一动点，$Q\left(x_2,y_2\right)$为直线$l:kx-y-2k-4=0(k\in[-\dfrac{1}{2},2])$上一动点，设$L(k)$为$P$，$Q$两点的曼哈顿距离的最小值，则$L(k)$的可能取值有（　　）

A．1　　　　B．2　　　　C．3　　　　D．4

【2021届南开第六次质量检测】

16．已知正数x，y，z满足$x+y+4z=1$，则$\dfrac{-3+8\left(x^2+y^2\right)}{z}$的最小值是__________.

【2021届南开第六次质量检测】

21．已知函数$f(x)=-\dfrac{t}{3}x^3+(2+t)x^2-8x-4t+7$.

（1）当$t>0$时，讨论$f(x)$的单调性；

（2）已知函数$g(x)=\ln x$，记函数$m(x)=\dfrac{f(x)+g(x)}{2}-\dfrac{|f(x)-g(x)|}{2}$，若函数$m(x)$有三个零点，求实数$t$的取值范围.

【2021届南开第七次质量检测】

1．已知函数 $f\left(x\right)=a\sin x+\cos x$ 在点 $(0,f(0))$ 处切线和直线 $y=x-2$ 垂直，则实数 a 的值为（　　）

A．1　　B．2　　C．-1　　D．-2

【2021届南开第七次质量检测】

7．已知函数 $f(x)$ 对任意的实数 x 都满足 $f(x+4)+f(x)=2f(2)$，且函数 $y=f(x-2)$ 的图象关于点 $(2,0)$ 对称，若 $f(-1)+f(-2)=2$，则 $f(2021)=$（　　）

A．0　　B．2　　C．-2　　D．2021

【2021届南开第七次质量检测】

12．已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x,g(x)=\ln x,h(x)=\dfrac{a}{x}$，其中 e 是自然对数的底数，$a$ 为非零实数，则下列说法正确的是（　　）

A．对任意的实数 a，曲线 $y=f(x)$ 与曲线 $y=h(x)$ 都有交点

B．当 $a=-\dfrac{1}{e}$ 时，曲线 $y=g(x)$ 与曲线 $y=h(x)$ 恰好有一个交点

C．存在实数 a，使得曲线 $y=h(x)$ 与曲线 $y=f(x)$ 和 $y=g(x)$ 都有两个交点

D．设 $A\left(x_1,y_1\right)$ 是曲线 $y=h(x)$ 与曲线 $y=f(x)$ 的一个交点，$B\left(x_2,y_2\right)$ 是曲线 $y=h(x)$ 与曲线 $y=g(x)$ 的一个交点，则一定有 $x_1x_2=a$

【2021届南开第七次质量检测】

21．设 $f(x)=\sin x-x+\dfrac{1}{2}x^2$．

（1）当 $x\geq 0$ 时，求证：$f(x)\geq 0$；

（2）证明：对一切正整数 n，都有 $\sin 1+\sin\dfrac{1}{2^2}+\sin\dfrac{1}{3^2}+\sin\dfrac{1}{4^2}+\cdots+\sin\dfrac{1}{n^2}>\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2(n+1)}$．

【2021 届南开第八次质量检测】

5．国家速滑馆又称"冰丝带"，是北京 2020 年冬奥会的标志性场馆，拥有亚洲最大的全冰面设计，但整个系统的碳排放接近于零，做到真正的智慧场馆、绿色场馆.并且为了倡导绿色可循环的理念，场馆还配备了先进的污水、雨水过滤系统.已知过滤过程中废水的污染物数量 $N\left(\mathrm{mg/L}\right)$ 与时间 t 的关系为 $N=N_0e^{-kt}$（N_0 为最初污染物数量）.如果前 4 小时消除了 20% 的污染物，那么污染物消除至最初的 64% 还需要（　　）小时.

A．3.6　　B．3.8　　C．4　　D．4.2

【2021 届南开第八次质量检测】

8．已知正实数 m，n 满足 $m\left(n-1\right)=4n$，则 $m+4n$ 的最小值是（　　）

A．25　　B．18　　C．16　　D．8

【2021 届南开第八次质量检测】

10．已知函数 $y=f(x-1)$ 的图象关于直线 $x=-1$ 对称，且对 $\forall x\in\mathbf{R}$ 有 $f(x)+f(-x)=4$．当 $x\in(0,2]$ 时，$f(x)=x+2$.则下列说法正确的是（　　）

A．$f(x)$ 的周期 $T=8$

B．$f(x)$ 的最大值为 4

C．$f(2021)=2$

D．$f(x+2)$ 为偶函数

【2021 届南开第八次质量检测】

22．已知 $f(x)=-x^2+ax-a$，$a\in\mathbf{R}$．

（1）设 $g(x)=e^x f(x)$，若函数 $g(x)$ 是单调函数，求曲线 $y=g(x)$ 在点 $(1,g(1))$ 处的切线方程；

（2）设 $a>-\dfrac{1}{2}$，若 $f(x)\le e^x$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

6 三角函数

【2021 届南开第二次质量检测】

4．已知 $\tan\alpha=2$，则 $\dfrac{1+\sin 2\alpha+\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha-2\cos^2\alpha}=$（　　）

A．$\dfrac{3}{2}$

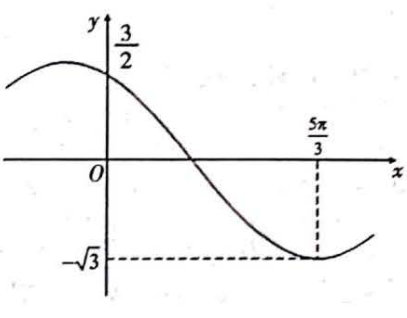
B．$\dfrac{5}{2}$

C．4

D．5

【2021 届南开第二次质量检测】

7．函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,0<\varphi<\pi)$ 的部分图象如图所示，则（　　）



A. $f(x)=\sqrt{3}\sin\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{3}\right)$　　　B. $f(x)=\sqrt{3}\sin\left(\frac{x}{2}+\frac{2\pi}{3}\right)$

C. $f(x)=\frac{3}{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$　　　D. $f(x)=\frac{3}{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$

【2021 届南开第二次质量检测】

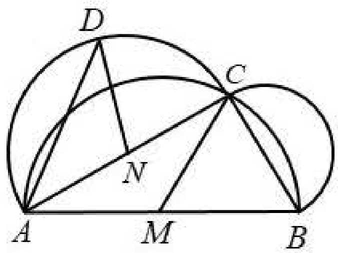
11．下列说法正确的有（　　）

A．$\exists\alpha$，β，使 $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha+\sin\beta$　　B．$\forall\alpha$，β，有 $\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)=\sin^2\alpha-\sin^2\beta$

C．$\exists\alpha$，β，使 $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha+\cos\beta$　　D．$\forall\alpha$，β，有 $\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)=\cos^2\alpha-\cos^2\beta$

【2021 届南开第二次质量检测】

16．如图是来自古希腊数学家希波克拉底所研究的几何图形，此图由三个半圆构成，三个半圆的直径分别为直角三角形 ABC 的斜边 AB、直角边 BC、AC，M，N 分别为 AB，AC 的中点，点 D 在以 AC 为直径的半圆上．已知以直角边 AC、BC 为直径的半圆的面积之比为 3，$\sin\angle DAB=\frac{4}{5}$，则 $\cos\angle DNC=$________．



【2021 届南开第二次质量检测】

17．已知函数　$f(x)=\sqrt{3}\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}+\frac{1}{2}$．

（1）求函数 $f(x)$ 的最小正周期；

（2）将函数 $y=f(x)$ 的图象上的各点________；得到函数 $y=g(x)$ 的图象，当 $x\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}\right]$ 时，方程 $g(x)=a$ 有解，求实数 a 的取值范围．

在①、②中选择一个，补在（2）中的横线上，并加以解答．

①向左平移 $\frac{3\pi}{2}$ 个单位，再保持纵坐标不变横坐标缩小为原来的一半；

②纵坐标保持不变横坐标缩小为原来的一半，再向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位．

【2021 届南开第三次质量检测】

8．若对任意$x\in\mathbf{R}$，都有$\sin\left(2x+\frac{5\pi}{6}\right)=\cos(\omega x+\varphi)(\omega\in\mathbf{R},|\varphi|<\pi)$，则满足条件的有序实数对$(\omega,\varphi)$的个数为（　　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

【2021届南开第三次质量检测】

16．已知$\triangle ABC$三个内角A、B、C的对边分别为a、b、c，若$a+b+2c=4c\cos^2\frac{B}{2}$，则$\frac{b}{a}+\left(\frac{c}{b}\right)^2$的最小值为_____.

【2021届南开第三次质量检测】

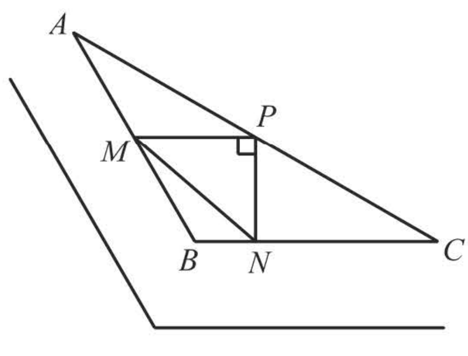
18．设函数$f(x)=2\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)\cdot\sin x-\frac{\sqrt{3}}{2}$，$x\in\mathbf{R}$.

（1）求函数$f(x)$的对称轴方程；

（2）在锐角三角形$\triangle ABC$中，a,b,c分别是角A,B,C的对边，且$f(A)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$a=2$，$S_{\triangle ABC}=\sqrt{3}$，求$\triangle ABC$的周长.

【2021届南开第三次质量检测】

19．某规划部门拟在一条河道附近建设一个如图所示的“创新产业园区”，已知整个可用建筑用地可抽象为$\triangle ABC$，其中折线ABC为河岸，经测量河岸拐弯处$\angle ABC=\frac{2\pi}{3}$，$BA=4$千米，且$\triangle ABC$为等腰三角形.根据实际情况需要在该产业园区内再规划一个核心功能区$\triangle PMN$，其中M、N分别在BA、BC(不包括端点)上，P为AC中点，且$\angle MPN=\frac{\pi}{2}$，设$\angle APM=\theta$.



（1）若$\theta=\dfrac{\pi}{6}$，求MN的长度；

（2）求核心功能区$\triangle PMN$的面积的最小值.

【2021届南开第四次质量检测】

11．已知$f\left(x\right)=2\sin^2\left(\omega x+\dfrac{\pi}{8}\right)+\sin\left(2\omega x+\dfrac{\pi}{4}\right)-1\left(\omega>0\right)$，下列结论正确的是（　　）

A．若$\omega=1$，则$f\left(x\right)$在$\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{4}\right]$上的最小值为$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

B．若$x_1\neq x_2$，$f\left(x_1\right)=f\left(x_2\right)=0$，且$\left|x_1-x_2\right|$的最小值为$\pi$，则$\omega=2$

C．将$f\left(x\right)$的图象向右平移$\dfrac{\pi}{4}$个单位后，所得的图象关于点$\left(\dfrac{\pi}{2},0\right)$对称，则$\omega$可能为$\frac{1}{2}$

D．若$f\left(x\right)$在$\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{3}\right]$上单调递增，则$\omega\in\left(0,\dfrac{3}{4}\right]$

【2021届南开第四次质量检测】

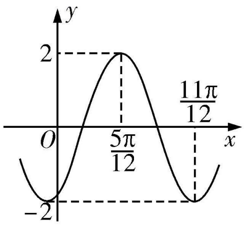
17. 在$\triangle ABC$中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且满足$\dfrac{a\sin A+b\sin B}{b\sin A}+1=\dfrac{c\sin C}{a\sin B}$.

（1）求角C；

（2）若$a=2$，$\triangle ABC$的面积$S_{\triangle ABC}=\sqrt{3}$，求$\triangle ABC$的周长$L$.

【2021届南开五模试题】

18．已知函数 $f(x)=M\sin(\omega x+\varphi)\left(M>0,\omega>0,-\dfrac{\pi}{2}<\varphi<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示.



（1）求 $f(x)$ 的解析式；

（2）在 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，若 $b^2=ac$，求 $f(B)$ 的取值范围.

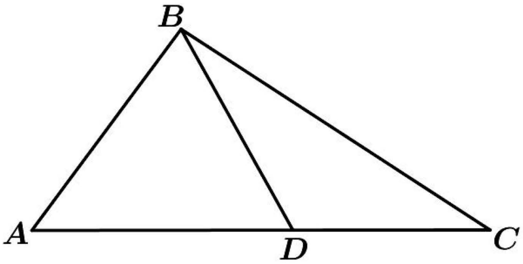
【2021 届南开第五次质量检测】

5. 将函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)(\omega>0)$ 的图象向左平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位后所得函数的图象关于直线 $x=\dfrac{\pi}{6}$ 对称，则当 ω 取最小值时，函数 $f(x)$ 的最小正周期为（　　）

A．3π　　B．2π　　C．$\dfrac{6\pi}{5}$　　D．$\dfrac{\pi}{2}$

【2021 届南开第五次质量检测】

17．在条件①$(a-b)(\sin A+\sin B)=c(\sin C-\sin B)$；②$b\sin\dfrac{B+C}{2}=a\sin B$；③$\cos 2A-\cos 2B=2\sin C(\sin B-\sin C)$ 中任选一个，补充以下问题并解答：



如图所示，$\triangle ABC$ 中内角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，____________，且 $BC=3$，D 在

AC 上，$AB=AD$.

（1）若 $BD=2$，求 $\sin\angle ACB$；

（2）若 $BD=2CD$，求 AC 的长.

【2021 届南开第六次质量检测】

7．已知函数 $f(x)=\sin x(\sqrt{3}\sin x+\cos x)-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\varphi(\varphi>0)$ 个单位得到 $g(x)$ 的图象，实数 x_1，x_2 满足 $\left|f\left(x_1\right)-g\left(x_2\right)\right|=2$，且 $\left|x_1-x_2\right|_{\min}=\dfrac{\pi}{4}$，则 φ 的最小取值为（　　）

A．$\dfrac{\pi}{4}$　　　B．$\dfrac{\pi}{3}$　　　C．$\dfrac{\pi}{2}$　　　D．$\dfrac{3}{4}\pi$

【2021 届南开第六次质量检测】

17．在 $\triangle ABC$ 中，内角 A，B，C 所对的边分别 a，b，c，且 $\left(a\cos^2\dfrac{C}{2}+c\cos^2\dfrac{A}{2}\right)(a+c-b)=\dfrac{3}{2}ac$.

（1）求角 B 的大小；

（2）若 $b=2\sqrt{3}$，$c=x(x>0)$，当 $\triangle ABC$ 仅有一解时，写出 x 的范围，并求 $a-c$ 的取值范围.

【2021届南开第七次质量检测】

6．已知 $\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{3}$，则 $\sin\left(2\theta+\frac{5\pi}{6}\right)=$（　　）

A．$\frac{7}{9}$　　B．$-\frac{7}{9}$　　C．$-\frac{5}{9}$　　D．$\frac{5}{9}$

【2021届南开第七次质量检测】

16．李华以 18km/h 的速度骑着一辆车轮直径为 24 寸（1 米等于 3 尺，1 尺等于 10 寸）的自行车行驶在一条平坦的公路上，自行车前轮胎上有一块红色的油漆印（图中点 A），则点 A 滚动一周所用的时间为______秒（用 π 表示）；若刚开始骑行时，油漆印离地面 0.6 米，在前行的过程中油漆印离地而的高度 h（单位：米）与时间（单位：秒）的函数关系式可以用 $h=f(t)=A\sin(\omega t+\varphi)+b\left(A>0,\omega>0,-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$ 来刻画，则 $f(t)=$__________.

【2021届南开第七次质量检测】

19．已知 $\triangle ABC$ 的内角 A、B、C 所对的边分别为 a、b、c，且满足 $a=2b\cos B$．

（1）若 $C=\frac{\pi}{4}$，求角 A；

（2）若 $c=2,a\cos B=3$，求边长 b．

【2021 届南开第八次质量检测】

16．函数 $f(x)=\dfrac{\sin x}{\sin^4\dfrac{x}{4}+\cos^4\dfrac{x}{4}}$ 的最小值为__________.

【2021 届南开第八次质量检测】

18．在 $\triangle ABC$ 中，角 A，B、C 所对的边分别为 a，b，c 且

$c\sin^2 A-a\cos C\cos A=(2c-b)\cos A$.

（1）求角 A 的大小；

（2）若 a，b，c 依次成等差数列，且 $\triangle ABC$ 的面积为 $9\sqrt{3}$，求边 b 的长.

7 统计与概率

【2021 届南开第一次质量检测】

18. 为了解学生课余学习时间的多少是否与成绩好坏有关，现随机抽取某校高三年级 30 名学生进行问卷调查，得到如下列联表（以平均每天课余学习时间是否达到 4 小时，最近一次月考总成绩是否在年级前 100 名（含）为标准）：

	4 小时以上	不足 4 小时	合计
前 100 名（含）		2	
100 名以后		18	
合计			30

已知在这 30 人中随机抽取 1 人，抽到最近一次月考总成绩在前 100 名的学生的概率为 $\dfrac{4}{15}$.

（1）请将上面的列联表补充完整，并据此判断是否有 99.5% 的把握认为课余学习时间达到 4 小时和成绩在年级前 100 名有关？说明你的理由；

（2）通过统计发现，这 30 位同学最近一次月考数学成绩 ξ（分）近似服从正态分布 $N\left(115,15^2\right)$，若这 30 位同学所在的高三年级有 800 人，试以这 30 人的成绩分布情况

估计高三年级最近一次月考数学成绩在 130 分及以上的大概有多少人？（最后结果小数部分四舍五入成整数）

$P\left(K^2 \geq k\right)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

参考公式：$K^2=\dfrac{n(ad-be)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$，

$P(\mu-\sigma<\xi<\mu+\sigma)=0.6826$，$P(\mu-2\sigma<\xi<\mu+2\sigma)=0.9544$.

【2021 届南开第一次质量检测】

20. 重庆作为新兴的“网红城市”，有很多风靡网络的“网红景点”，近几年每年都有大量游客来重庆参观旅游.为了更合理的配置旅游资源，管理部门对首次来重庆旅游的游客进行了问卷调查.据统计，其中 $\dfrac{1}{4}$ 的游客计划只游览千年古镇——磁器口古镇，另外 $\dfrac{3}{4}$ 的游客计划既游览磁器口，又准备“打卡”洪崖洞景区.每位游客若只游览磁器口，则记 0 分，若既游览磁器口，又“打卡”洪崖洞，则记一分.假设每位首次来磁器口游览的游客是否“打卡”洪崖洞相互独立，并且以频率估计概率.

（1）从游客中随机抽取 3 人，记这 3 人的合计得分为 X，求 X 的分布列和数学期望；

（2）在参观洪崖洞景区某特色景点入口处景区摄影部会为每位游客拍一张与该景点的合影，游客若要带走则需支付 20 元，没卖出去的照片统一销毁.运营一段时间后，经过统计，只有 20% 的游客会选择带走照片.经过调查研究发现照片收费与游客消费意愿有较强的线性相关性，并统计出在原有的基础上，价格每下调 1 元，游客选择带走照片的概率平均增加 0.02.已知每张照片的综合成本为 3 元，若每位游客是否购买照片相互独立，则应如何定价才能使得每天的平均利润最大？

【2021 届南开第二次质量检测】

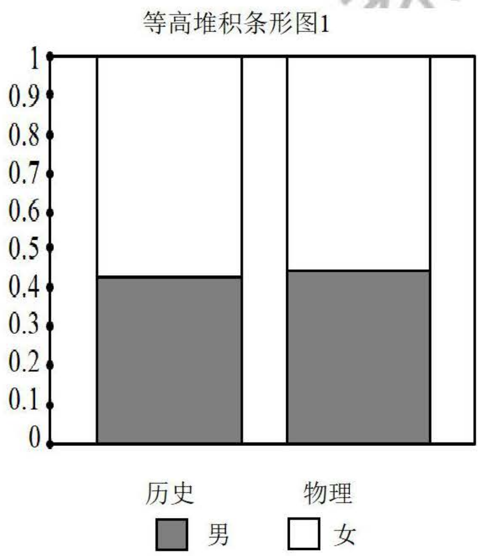
3．为了解高三学生对“社会主义核心价值观”的学习情况，现从全年级 1004 人中抽取 50 人参加测试．首先由简单随机抽样剔除 4 名学生，然后剩余的 1000 名学生再用系统抽样的方法抽取，则（　　）

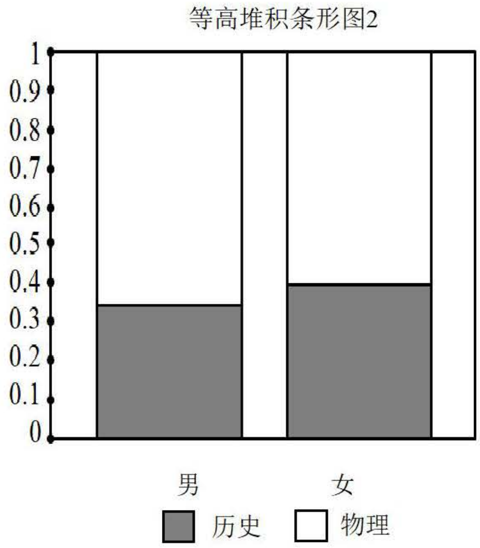
A．每个学生入选的概率均不相等　　　　B．每个学生入选的概率可能为 0

C．每个学生入选的概率都相等，且为$\dfrac{25}{502}$　　D．每个学生入选的概率都相等，且为$\dfrac{1}{20}$

【2021届南开第二次质量检测】

10. 某中学高一年级半期考试后将进行新高考首选科目的选择，每位同学必须在“物理”、“历史”中二选一．学校采用分层抽样的方法，抽取了该年级部分男、女学生选科意愿的一份样本，并根据统计结果绘制如下两个等高堆积条形图．根据这两幅图中的信息，下列统计结论正确的是（　　）





A．该年级男生数量多于女生数量

B．样本中对物理有意愿的学生数量多于对历史有意愿的学生数量

C．样本中对物理有意愿的男生人数多于对历史有意愿的男生人数

D．样本中对历史有意愿的女生人数多于对物理有意愿的女生人数

【2021 届南开第二次质量检测】

15．2020 年国庆档上映的影片有《夺冠》，《我和我的家乡》，《一点就到家》，《急先锋》，《木兰·横空出世》，《姜子牙》，其中后两部为动画片．甲、乙两位同学都跟随家人观影，甲观看了六部中的两部，乙观看了六部中的一部，则甲、乙两人观看了同一部动画片的概率为________．

【2021 届南开第二次质量检测】

18．2018 年至今，美国对“中兴”、“华为”等中国高科技公司进行疯狂的打压，引发国内“中国芯”研发热潮，但芯片的生产十分复杂，其中最重要的三种设备，刻蚀机、离子注入机、光刻机所需的核心技术仍被一些欧美国家垄断国内某知名半导体公司组织多个科研团队，准备在未来 2 年内全力攻关这三项核心技术已知在规定的 2 年内，刻蚀机、离子注入机和光刻机所需的三项核心技术，被科研团队 A 攻克的概率分别为$\frac{3}{4}$，$\frac{2}{3}$，a，各项技术攻关结果彼此独立．按照该公司对科研团队的考核标准，在规定的 2 年内，攻克刻蚀机离子注人机所需的核心技术，每项均可获得 30 分的考核分，攻克光刻机所需的核心技术，可获得 60 分的考核分，若规定时间结束时，某项技术未能被攻克，则扣除该团队考核分 10 分．已知团队 A 的初始分为 0 分，设 2 年结束时，团队 A 的总分为X，求：

（1）已知团队 A 在规定时间内，将三项核心技术都攻克的概率为$\frac{1}{6}$，求该团队恰能攻克三项核心技术中的一项的概率；

（2）已知$a=\frac{1}{2}$，求总分X不低于 50 分的概率．

【2021 届南开第二次质量检测】

20．某电商平台为提升服务质量，从用户系统中随机选出 300 名客户，对该平台售前服务和售后服务的评价进行统计，得到一份样本数据，并用以估计所有用户对该平台服务质量的满意度．其中售前服务的满意率为$\frac{13}{15}$，售后服务的满意率为$\frac{2}{3}$，对售前服务和售后服务都不满意的客户有 20 人

（1）完成下面2×2列联表，并分析是否有 97.5%的把握认为售前服务满意度与售后服务满意度有关；

	对售后服务满意人数	对售后服务不满意人数	合计
对售前服务满意人数			
对售前服务不满意人数			
合计			

（2）若用频率代替概率，假定在业务服务协议终止时，对售前服务和售后服务两项都满意的客户保有率为95%，只对其中一项不满意的客户保有率为66%，对两项都不满意的客户保有率为1%，从该运营系统中任选3名客户，求在业务服务协议终止时保有客户人数ξ的分布列和期望，

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$．

$P(K^2\geq k)$	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
k	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

【2021届南开第三次质量检测】

10．给出下列命题，其中正确命题为（　　）

A．若回归直线的斜率估计值为0.25，样本点中心为$(2,3)$，则回归直线的方程为$y=0.25x+2.5$

B．随机变量$\xi\sim B(n,p)$，若$E(\xi)=30$，$D(\xi)=20$，则$n=90$

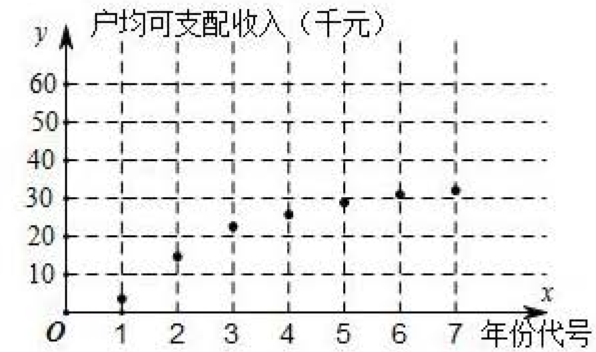
C．随机变量X服从正态分布$N(1,\sigma^2)$，$P(X>1.5)=0.34$，则$P(X<0.5)=0.16$

D．对于独立性检验，随机变量K^2的观测值k值越小，判定"两变量有关系"犯错误的概率越大

【2021届南开第三次质量检测】

20．发展扶贫产业，找准路子是关键.重庆市石柱土家族自治县中益乡华溪村不仅找准了路，还将当地打造成了种植中药材黄精的产业示范基地.通过种植黄精，华溪村村民的收入逐年递增.以下是2013年至2019年华溪村村民每户平均可支配收入的统计数据：根据以上数据，绘制如图所示的散点图.

年份	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
年份代码 x	1	2	3	4	5	6	7
每户平均可支配收入 y(千元)	4	15	22	26	29	31	32



（1）根据散点图判断，$y=a+bx$ 与 $y=c+d\ln x$ 哪一个更适宜作为每户平均可支配收入 y(千元)关于年份代码 x 的回归方程模型(给出判断即可，不必说明理由)，并建立 y 关于 x 的回归方程(结果保留 1 位小数)；

（2）根据（1）建立的回归方程，试预测要到哪一年华溪村的每户平均可支配收入才能超过 35(千元)?

（3）从 2013 年到 2019 年中任选两年，求事件 A："恰有一年的每户平均可支配收入超过 22(千元)"的概率.

参考数据：其中 $u_i=\ln x_i$，$\overline{u}=\frac{1}{7}\sum\limits_{i=1}^{7}u_i$.

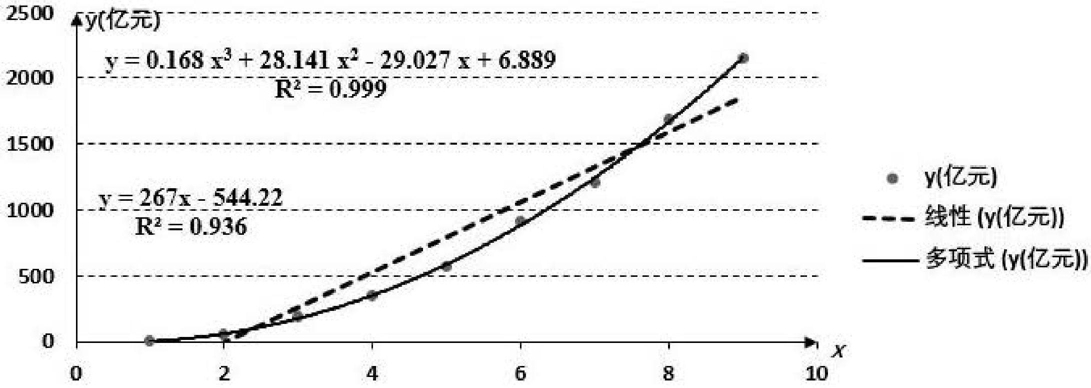
$\overline{y}$	$\overline{u}$	$\sum\limits_{i=1}^{7}x_iy_i$	$\sum\limits_{i=1}^{7}u_iy_i$	$\sum\limits_{i=1}^{7}u_i^2$	e^{21}
22.7	1.2	759	235.1	13.2	8.2

参考公式：对于一组数据 (u_1,v_1)，(u_2,v_2)，…，(u_n,v_n)，其回归直线 $\hat{v}=\hat{\alpha}+\hat{\beta}u$ 的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为 $\hat{\beta}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}u_iv_i-n\overline{u}\overline{v}}{\sum\limits_{i=1}^{n}u_i^2-n\overline{u}^2}$，$\hat{\alpha}=\overline{v}-\hat{\beta}\overline{u}$.

【2021 届南开第四次质量检测】

9．某电子商务平台每年都会举行"年货节"商业促销狂欢活动，现统计了该平台从 2012 年到 2020 年共 9 年"年货节"期间的销售额（单位：亿元）并作出散点图，将销售额 y 看成以年份序号 x（2012 年作为第 1 年）的函数.运用 *excel* 软件，分别选择回归直线和三

次函数回归曲线进行拟合，效果如下图，则下列说法正确的是（ ）



A．销售额y与年份序号x呈正相关关系

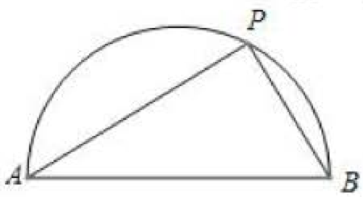
B．销售额y与年份序号x线性相关不显著

C．三次函数回归曲线的拟合效果好于回归直线的拟合效果

D．根据三次函数回归曲线可以预测 2021 年“年货节”期间的销售额约为 8454 亿元

【2021 届南开第四次质量检测】

14．如图所示，点P在以AB为直径的半圆弧上运动，则$\triangle PAB$的最小内角不小于$\frac{\pi}{6}$的概率为______.



【2021 届南开第四次质量检测】

22．某商城玩具柜台五一期间促销，购买甲、乙系列的盲盒，并且集齐所有的产品就可以赠送节日送礼，现有甲、乙两个系列盲盒，每个甲系列盲盒可以开出玩偶A_1，A_2，A_3中的一个，每个乙系列盲盒可以开出玩偶B_1，B_2中的一个．

（1）记事件E_n：一次性购买n个甲系列盲盒后集齐玩偶A_1，A_2，A_3玩偶；事件F_n：一次性购买n个乙系列盲盒后集齐B_1，B_2玩偶；求概率$P\left(E_5\right)$及$P\left(F_4\right)$；

（2）某礼品店限量出售甲、乙两个系列的盲盒，每个消费者每天只有一次购买机会，

且购买时，只能选择其中一个系列的一个盲盒.通过统计发现：第一次购买盲盒的消费者购买甲系列的概率为$\frac{2}{3}$，购买乙系列的概率为$\frac{1}{3}$；而前一次购买甲系列的消费者下一次购买甲系列的概率为$\frac{1}{4}$，购买乙系列的概率为$\frac{3}{4}$，前一次购买乙系列的消费者下一次购买甲系列的概率为$\frac{1}{2}$，购买乙系列的概率为$\frac{1}{2}$；如此往复，记某人第n次购买甲系列的概率为Q_n.

①求$\{Q_n\}$的通项公式；

②若每天购买盲盒的人数约为100，且这100人都已购买过很多次这两个系列的盲盒，试估计该礼品店每天应准备甲、乙两个系列的盲盒各多少个.

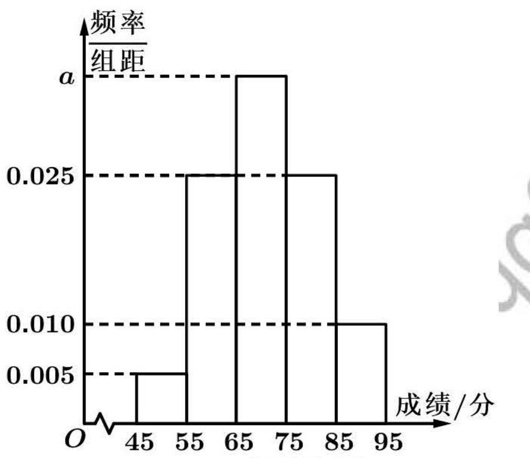
【2021 届南开五模试题】

2．四书五经是四书、五经的合称，泛指儒家经典著作.四书指的是《大学》《中庸》《论语》《孟子》.五经指的是《诗经》《尚书》《礼记》《周易》《春秋》五部.某同学计划从"《大学》《论语》《孟子》《诗经》《春秋》"5 种课程中选 2 种参加兴趣班课程进行学习，则恰好安排了 1 个课程为四书、1 个课程为五经的概率为（　　）

A．$\frac{3}{4}$　　B．$\frac{2}{5}$　　C．$\frac{3}{5}$　　D．$\frac{2}{3}$

【2021 届南开五模试题】

19．2021 年是"十四五"规划开局之年，也是建党 100 周年．为了传承红色基因，某学校开展了"学党史，担使命"的知识竞赛．现从参赛的所有学生中，随机抽取 100 人的成绩作为样本，得到成绩的频率分布直方图，如图．



（1）求频率分布直方图中 a 的值，并估计该校此次竞赛成绩的平均分 $\overline{x}$（同一组中的数据用该组区间中点值代表）;

（2）在该样本中，若采用分层抽样的方法，从成绩高于 75 分的学生中随机抽取 7 人查看他们的答题情况，再从这 7 人中随机抽取 3 人进行调查分析，求这 3 人中至少有 1 人成绩在 $[85,95]$ 内的概率；

（3）假设竞赛成绩服从正态分布 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$，已知样本数据的方差为 121，用平均分 $\overline{x}$ 作为 μ 的近似值，用样本标准差 s 作为 σ 的估计值，求该校本次竞赛的及格率（60 分及以上为及格）.

参考数据：$P(\mu-\sigma<\xi\leqslant\mu+\sigma)\approx 0.6827$，$P(\mu-2\sigma<\xi\leqslant\mu+2\sigma)\approx 0.9545$，

$P\left(\mu-3\sigma<\xi\leq\mu+3\sigma\right)\approx 0.9973$.

【2021 届南开第五次质量检测】

9．“读书破万卷，下笔如有神”、“腹有诗书气自华”，读书不仅能丰富知识，开阔视野，还能陶冶情操.但是随着学业内容的增加、升学压力的增大，学生的课外阅读也受到较大的影响.某小学为了了解学生的课外阅读情况，计划从四、五、六三个年级的学生中抽出总数的100%进行调查，已知四、五、六三个年级的学生人数之比为$9:7:10$，则下列说法正确的是（　　）

A．应该采用系统抽样的方法

B．应该采用分层抽样的方袪

C．每个学生被抽到的概率为$\dfrac{1}{10}$

D．若样本中五年级的学生比六年级的学生少 12 人，则三个年级的学生总共有 1140 人

【2021 届南开第五次质量检测】

15．李华应聘一家上市公司，规则是从备选的 10 道题中抽取 4 道题测试，答对 3 道题及以上就可以进入面试.李华可以答对这 10 道题目中的 6 道题.若李华第一道题就答对了，则李华进入面试的概率为________.

【2021届南开第五次质量检测】

20．2020年是脱贫攻坚的收官之年，国务院扶贫办确定的贫困县已全部脱贫摘帽，脱贫攻坚取得重大胜利，为我国全面建成小康社会，实现第一个百年目标打下了坚实基础.在扶贫政策的大力支持下，某县汽车配件厂经营得十分红火，不仅解决了就业也为脱贫作出了重大贡献.现该厂为了了解其主打产品的质量，从流水线上随机抽取200件该产品，统计其质量指数并绘制频率分布直方图（如图1）：

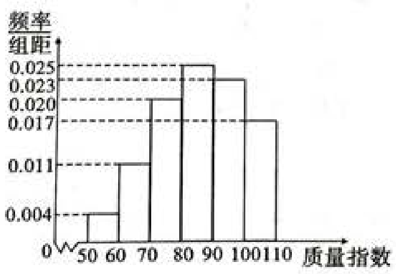


图1

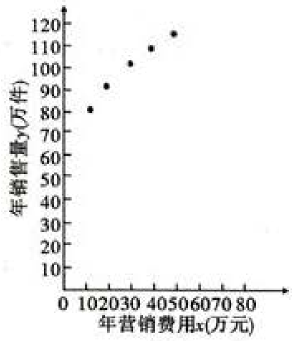


图2

根据经验，产品的质量指数在$[50,70)$的称为A类产品，在$[70,90)$的称为B类产品，在$[90,110]$的称为C类产品，A、B、C三类产品的销售利润分别为每件3、7、11（单位：元）.以这200件产品的质量指数位于各区间的频率代替产品的质量指数位于该区间的概率.

（1）求每件产品的平均销售利润；

（2）该厂为了解年营销费用x（单位：万元）对年销售量y（单位：万件）的影响，对近5年的年营销费用x_i和年销售量$y_i(i=1,2,3,4,5)$数据做了初步处理，得到的散点图（如图2）及一些统计量的值.

$\sum_{i=1}^{5}u_i=16.30$，$\sum_{i=1}^{5}v_i=24.87$，$\sum_{i=1}^{5}(u_i-\bar{u})(v_i-\bar{v})=0.41$，$\sum_{i=1}^{5}(u_i-\bar{u})^2=1.64$，其中$u_i=\ln x_i$，$v_i=\ln y_i$，$\bar{u}=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}u_i$，$\bar{v}=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}v_i$.

根据散点图判断，$y=a\cdot x^b$可以作为年销售量y（万件）关于年营销费用x（万元）的回归方程.

（i）建立y关于x的回归方程；

（ii）若该厂规定企业最终收益为销售利润减去营销费用以及和营销费用等额的员工奖金.请你用（i）所求的回归方程估计该厂应投入多少营销费，才能使得该产品一年的最终收益达到最大?

参考公式和参考数据：对于一组数据(u_1,v_1)，(u_2,v_2)，…，(u_n,v_n)，其回归直线$v=\alpha+\beta u$的斜率和截距的最小二乘估计分别为$\hat{\beta}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(u_i-\bar{u})(v_i-\bar{v})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(u_i-\bar{u})^2}$，$\hat{\alpha}=\bar{v}-\hat{\beta}\bar{u}$，$e^{4.159}=64$.

【2021届南开第六次质量检测】

5．某校举行排球赛，其中A，B，C，D四个班分到一个组进行小组赛.赛前，小张，小李，小明，小红四人对这个小组的第一名至第四名进行了预测，分别是，小张：$ABDC$；小李：$BCAD$；小明：$CDAB$；小红：$BCDA$.比赛结束有了排名结果后发现，小张和小红预测对了两个班级的排名，小李和小明只预测对了一个班级排名，则最后获得第一名的是（　　）

A．A班　　B．B班　　C．C班　　D．D班

【2021届南开第六次质量检测】

14．已知随机变量ξ的分布列如下表，$D(\xi)$表示ξ的方差，则$D(2\xi+1)=$__________.

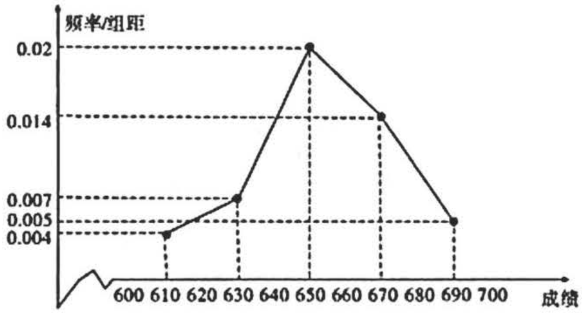
ξ	0	1	2
p	a	$1-2a$	$\frac{1}{4}$

【2021届南开第六次质量检测】

15．已知事件A，B互斥，且事件A发生的概率$P(A)=\dfrac{1}{5}$，事件B发生的概率$P(B)=\dfrac{1}{3}$，则事件A，B都不发生的概率是__________.

【2021届南开第六次质量检测】

19．某中学在2020年高考分数公布后对高三年级各班的成绩进行分析.经统计某班有50名同学，总分都在区间$[600,700]$内，将得分区间平均分成5组，统计频数、频率后，得到了如图所示的“频率分布”折线图.



（1）请根据频率分布折线图，画出频率分布直方图，并根据频率分布直方图估计该班

级的平均分；

（2）经过相关部门的计算，本次高考总分大于等于680的同学可以获得高校T的“强基计划”入围资格.高校T的“强基计划”校考分为两轮.第一轮为笔试，所有入围同学都要参加，考试科目为数学和物理，每科的笔试成绩从高到低依次有A^+，A，B，C四个等级，两科中至少有一科得到A^+，且两科均不低于B，才能进入第二轮，第二轮得到“通过的同学将被高校T提前录取.已知入围的同学参加第一轮笔试时，总分高于690分的同学在每科笔试中取得A^+，A，B，C的概率分别为$\frac{2}{3}$，$\frac{1}{6}$，$\frac{1}{12}$，$\frac{1}{12}$；总分不超过690分的同学在每科笔试中取得A^+，A，B，C的概率分别为$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{6}$，$\frac{1}{4}$；进入第二轮的同学，若两科笔试成绩均为A^+，则免面试，并被高校T提前录取；若两科笔试成绩只有一个A^+，则要参加面试，总分高于690分的同学面试“通过”的概率为$\frac{2}{3}$，总分不超过690分的同学面试“通过”的概率为$\frac{2}{5}$，面试“通过”的同学也将被高校T提前录取.若该班级考分前10名都已经报考了高校T的“强基计划”，且恰有2人成绩高于690分.求

①总分高于690分的某位同学没有进入第二轮的概率P_1；

②该班恰有两名同学通过“强基计划”被高校T提前录取的概率P_2.

【2021届南开第七次质量检测】

9．下列说法正确的是（　　）

A．已知随机变量$X \sim B(10,0.4)$，则$DX = 2.4$

B．已知随机变量X，Y满足$X + 2Y = 3$，且$X \sim N(2,1)$，则$E(Y) = 1$

C．线性回归模型中，相关系数r的绝对值越大，则这两个变量线性相关性越强

D．设$X \sim N\left(\mu, \sigma^2\right)$，则$\sigma$越大，正态分布曲线越矮胖

【2021 届南开第七次质量检测】

20．为了庆祝建党 100 周年，某校高二年级将举行“学党史，忆先烈”党史知识竞赛，比赛以班为单位报名参赛（每班 10 人）．为了帮助同学们学习并掌握更多的党史知识，学校准备了党史知识题库供学生利用课余时间进行网上练习．

（1）经统计，高二年级有 1000 名学生参与网上答题（其中物理类和历史类学生比例为 $11:9$），其得分情况可分为“优秀”和“良好”两个等级，请补全下面的“2×2 列联表”，并判断是否有 99%的把握认为学生的党史知识掌握情况与学生的选科类别有关系？

	优秀	良好	总计
物理类	250		
历史类		200	
总计			1000

（2）某班为了选出参赛队员，将报名的 20 名学生平均分为甲、乙两组，利用班会课进行了 7 轮班内选拔比赛（每轮比赛每组满分 100 分），采用茎叶图记录了甲、乙两组 7 轮比赛得分如下图所示．已知甲组得分的中位数与乙组得分的平均数相等．

甲组		乙组
9	7	
9　4　3	8	x　4　5
8　7　3	9	1　2　4　6

（i）求 x 的值；

（ii）根据甲乙两组的得分情况，应该选哪个组代表本班参加学校比赛？并说明理由．

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

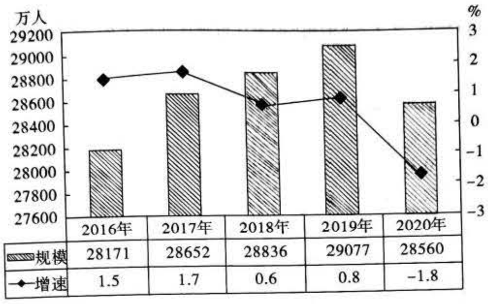
$P\left(K^2\geq k\right)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001

k	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

【2021 届南开第八次质量检测】

9．2021 年 4 月 30 日，国家统计局发布了《2020 年农民工监测调查报告》.如图，为 2016 年至 2020 年的农民工规模及增速图，则以下说法正确的是（　　）

农民工规模及增速



A．2019 年农民工规模达到最大

B．这 5 年农民工规模的中位数为 28836 万人

C．2020 年农民工规模比 2019 年减少 517 万人，下降 1.8%

D．5 年以来，农民工规模增速逐年递减

【2021 届南开第八次质量检测】

17．从高二某班随机抽取 6 名同学，记为 A，B、C、D、E、F，统计这 6 名同学的期中考试成绩，现将语文数学、英语(满分均为 150 分)三科的成绩制成下表：

	A	B	C	D	E	F	班级平均分
语文	115	118	124	132	x	117	119
数学	136	147	y	123	137	145	139
英语	129	133	131	141	139	125	134

已知这 6 名同学语文分数的中位数是 119 分，数学分数的平均数是 138.

（1）求出 x，y；

（2）若一名同学的某学科分数与班级平均分的差大于等于 5 分，则称该学科为这位同学的一个“优势学科”.现从这 6 名同学中随机选择一人，记随机变量 X 为该同学在语文、数学、英

语三科中“优势学科”的个数，求 X 的分布列和数学期望.

8 排列组合与二项式

【2021 届南开第三次质量检测】

15．若 $(1+2x)^{2020}=a_0+a_1(x+2)+a_2(x+2)^2+\cdots+a_{2020}(x+2)^{2020}$，$x\in\mathbf{R}$，则

$a_1\cdot 2+a_2\cdot 2^2+\cdots+a_{2020}\cdot 2^{2020}=$_____.

【2021 届南开第四次质量检测】

13．在二项式 $\left(x+\dfrac{2}{x}\right)^6$ 的展开式中，常数项为______.

【2021 届南开第五次质量检测】

4．二项式 $\left(\dfrac{2}{\sqrt{x}}-\dfrac{x}{2}\right)^9$ 的展开式中，常数项为（　　）

A． -672　　B．672　　C． -84　　D．84

【2021 届南开第六次质量检测】

6．已知 $(1+x)^{2021}=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\cdots+a_{2001}x^{2021}$，则

$a_{2000}+2a_{2019}+3a_{2018}+4a_{2017}+\cdots+2020a_1+2021a_0=$（　　）

A． 2021×2^{2021}　　B． 2021×2^{2020}　　C． 2020×2^{2021}　　D． 2020×2^{2020}

【2021 届南开第六次质量检测】

13．正整数 n 满足 $C_{25}^{2n}=C_{25}^{18-n}$，则 $n=$__________.

【2021 届南开第七次质量检测】

14．高三年级拍毕业照时，某班甲、乙丙 3 名同学邀请该班 2 名老师站在一排合影留念，若 2 名老师相邻且不站在两侧，则不同的站法有_________种．

【2021 届南开第八次质量检测】

15．某地为了庆祝建党100周年，将在7月1日举行大型庆典活动.为了宣传报道这次活动，当地电视台准备派出甲、乙等4名记者进行采访报道，工作过程中的任务划分为“摄像”、“采访”、“剪辑”三项工作，每项工作至少有一人参加.已知甲、乙不会“剪辑”但能从事其他两项工作，其余两人三项工作都能胜任，则不同安排方案的种数是__________.

9 立体几何

【2021 届南开五模试题】

5．已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，E 为 A_1B_1 的中点，下列说法中正确的是（　　）

A．ED_1 与 B_1C 所成的角大于 60°

B．点 E 到平面 ABC_1D_1 的距离为 1

C．三棱锥 $E-ABC_1$ 的外接球的表面积为 $\frac{125\sqrt{2}}{24}\pi$

D．直线 CE 与平面 ADB_1 所成的角为 $\frac{\pi}{4}$

【2021 届南开五模试题】

11．在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E、F 分别为 BB_1、DD_1 的中点，则下列结论中正确的是（　　）

A．平面 $A_1BD\perp$平面 A_1ACC_1

B．直线 BC_1 与平面 ACC_1A_1 所成角为 30°

C．直线 A_1E 与直线 AC 所成角为 45°

D．四棱锥 $A-A_1ECF$ 的体积为$\frac{1}{3}$

【2021 届南开五模试题】

12．在 $Rt\triangle ABC$ 中，$AB=AC, BC=4$，在边 AB, AC 上分别取 M, N 两点，沿 MN 将 $\triangle AMN$ 翻折，若顶点A 正好可以落在边 BC 上，则 AM 的长可以为

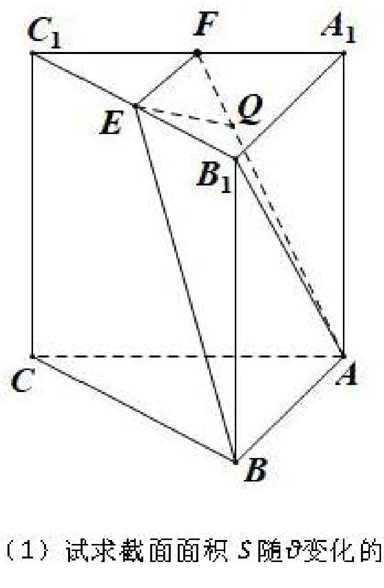
A．$\sqrt{2}$　　B．$\frac{3\sqrt{2}}{2}$　　C．$4-\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$4-2\sqrt{2}$

【2021 届南开五模试题】

16．已知 P，E，F 都在球面 C 上，且 P 在 ΔEFG 所在平面外，$PE\perp EF$，$PE\perp EG$，$PE=2GF=2EG=4$，$\angle EGF=120^\circ$，在球 C 内任取一点，则该点落在三棱锥 $P-EFG$ 内的概率为_____.

【2021 届南开五模试题】

20．光学器件在制作的过程中往往需要进行切割，现生产一种光学器件，有一道工序为将原材料切割为两个部分，然后在截面上涂抹一种光触媒化学试剂，加入纳米纤维导管后粘合．在如图所示的原材料器件直三棱柱 $ABC-A'B'C'$中，$AB\perp AC$，$AB=AC=AA'=a$，现经过 AB 作与底面 ABC 所成角为ϑ的截面，且截面与 $B'C'$，$A'C'$分别交于不同的两点 E，F．



（1）试求截面面积 S 随ϑ变化的函数关系式 S（ϑ）；

（2）当 E 和 F 分别为 $B'C'$ 和 $A'C'$ 的中点时，需要在线段 AF 上寻找一个点 Q，用纳米纤维导管连接 EQ，使得 EQ 与 AB'所在直线的夹角最小，试求出纤维导管 EQ 的长．

【2021 届南开第五次质量检测】

12．已知图 1 中的正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面边长为 2，体积为 $2\sqrt{2}$，去掉其侧棱，再将上底面绕上下底面的中心所在的直线 O_1O_2，逆时针旋转 $180°$ 后，添上侧棱，得到图 2 所示的几何体，则下列说法正确的是（　　）

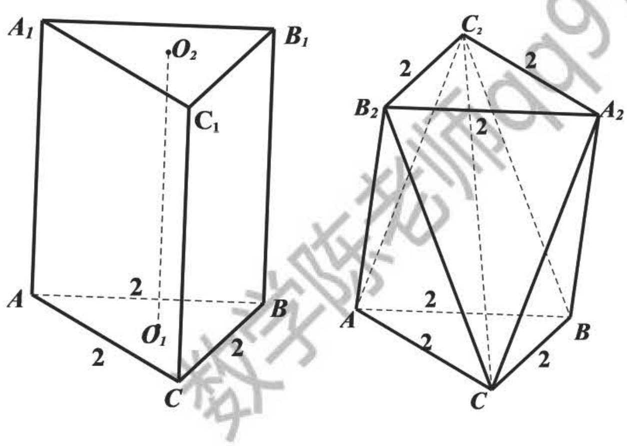


图 1　　　　　　图 2

A．A_2B_2 // 平面 ABC

B．$AB_2=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

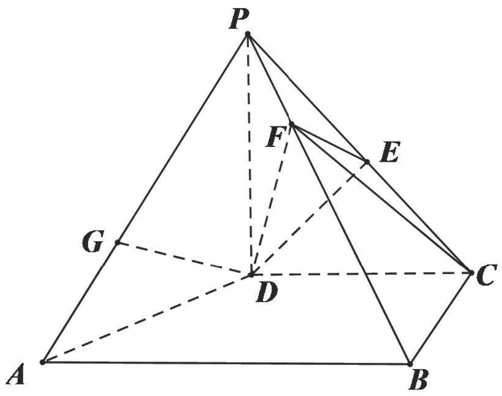
C．四边形 ABA_2B_2 为正方形

D．正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$，与几何体 $ABCA_2B_2C_2$ 的外接球体积相同

【2021 届南开第五次质量检测】

19．如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PD\perp$ 平面 $ABCD$，梯形 $ABCD$ 满足 $AB//CD$，$\angle BCD=90°$，

且$PD=AD=DC=2$，$AB=3$，E为PC中点，$\overrightarrow{PF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{PB}$，$\overrightarrow{PG}=2\overrightarrow{GA}$.



（1）求证：D，E，F，G四点共面；

（2）求四面体$D-EFC$的体积.

【2021届南开第六次质量检测】

4．已知两条不同的直线l，m和不重合的两个平面α，β，且$l//\beta$，则下列说法正确的是（　　）

A．若$\alpha//\beta$，则$l//\alpha$

B．若$m\perp\beta$，则$l\perp m$

C．若$\alpha\perp\beta$，则$l\perp\alpha$

D．若$l\perp m$，则$m\perp\beta$

【2021届南开第六次质量检测】

11．在三棱锥$S-ABC$中，$\triangle SAC$，$\triangle SBC$均是以SC为斜边的等腰直角三角形，$SA=\sqrt{6}$，$AB=a$，则下列说法正确的是（　　）

A．$SC\perp AB$

B．$a\in(0,2\sqrt{2})$

C．该三棱锥的外接球的表面积为12π

D．当$a=2\sqrt{2}$时，过点B且与平面CAB和平面SAB所成角都为$15°$的直线共有4条

【2021 届南开第六次质量检测】

20．如图 1，菱形$ABCD$中$\angle ABC=120°$，动点E，F在边AD，AB上(不含端点)，且存在实数λ使$\overrightarrow{EF}=\lambda\overrightarrow{BD}$，沿$EF$将$\triangle AEF$向上折起得到$\triangle PEF$，使得平面$PEF\perp$平面$BCDEF$，如图 2 所示.

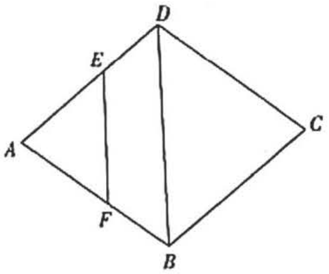


图 1

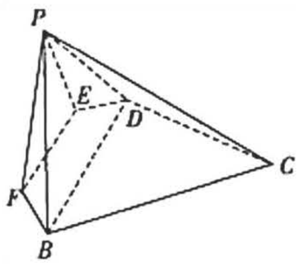


图 2

（1）若$BF\perp PD$，设三棱锥$P-BCD$和四棱锥$P-BDEF$的体积分别为V_1，V_2，求$\dfrac{V_1}{V_2}$；

（2）试讨论，当点E的位置变化时，二面角$E-PF-B$是否为定值，若是，求出该二面角的余弦值，若不是，说明理由.

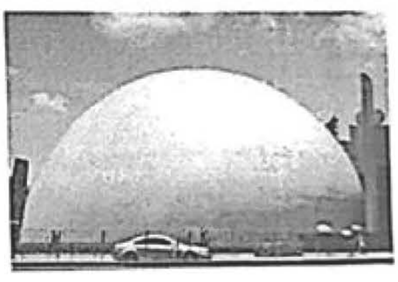
【2021 届南开第七次质量检测】

3．已知命题p:经过三点有且只有一个平面，命题q:过平面外一点有且只有一条直线与已知平面垂直，则下列复合命题为真命题的是（　　）

A．$p\wedge q$　　B．$p\vee(\neg q)$　　C．$p\vee q$　　D．$p\wedge(\neg q)$

【2021 届南开第七次质量检测】

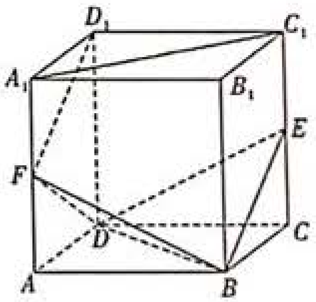
4．生活中有很多球缺状的建筑．一个球被平面截下的部分叫做球缺，截面做球缺的底面，球缺的曲面部分叫做球冠，垂直于截面的直径被截后的线段叫做球缺的高．球冠的面积公式为$S=2\pi RH$，球缺的体积公式为$V=\dfrac{1}{3}\pi(3R-H)H^2$，其中 R 为球的半径，H 为球缺的高．现有一个球被一平面所截形成两个球缺，若两个球冠的面积之比为$1:3$，则这两个球缺的体积之比为（　　）



A. $\frac{1}{9}$　　B. $\frac{4}{27}$　　C. $\frac{5}{27}$　　D. $\frac{2}{9}$

【2021 届南开第七次质量检测】

11．如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E、F 分别为棱 CC_1、AA_1 的中点，则下列说法正确的有（　　）



A．直线 A_1C_1 与直线 DE 共面

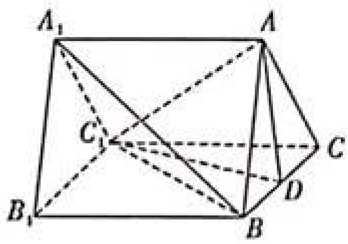
B．$D_1F//BE$

C．二面角 $E-BD-F$ 的大小为 $\frac{\pi}{2}$

D．直线 A_1C_1 与平面 EDB 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

【2021 届南开第七次质量检测】

17．如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\triangle ABC$ 是边长为 4 的等边三角形，D 是 BC 的中点，$C_1D=2\sqrt{3}$．



（1）求证：$A_1B//$ 平面 AC_1D；

（2）当三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积最大时，求点 C 与平面 ABC_1 的距离．

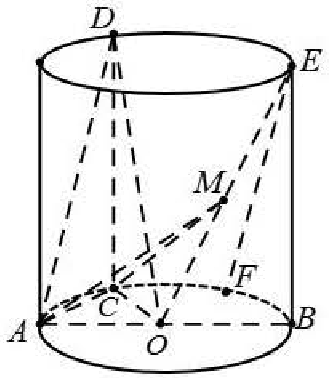
【2021 届南开第八次质量检测】

6．在三棱锥 $P-ABC$ 中，$PA=PB=PC=\sqrt{5}$，$AB=AC=BC=\sqrt{3}$，则三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积是（　　）

A．9π　　　B．$\frac{15}{2}\pi$　　　C．4π　　　D．$\frac{25}{4}\pi$

【2021 届南开第八次质量检测】

20．如图，AB 是圆柱底面圆 O 的直径，点 C、F 是 $\overset{\frown}{AB}$ 的两个三等分点，CD、BE 为圆柱的母线.



（1）求证：$EF//$ 平面 OCD；

（2）设 $AC=\frac{1}{2}CD=2$，M 为 OE 的中点，求二面角 $D-AC-M$ 的余弦值.

10 直线和圆与圆锥曲线

【2021 届南开第一次质量检测】

21. 已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 上任意一点到其左右焦点 F_1、F_2 的距离之和均为 4，且椭圆的中心 O 到直线 $bx+ay-ab=0$ 的距离为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

（1）求椭圆 E 的方程；

（2）已知以椭圆右顶点 A 为直角顶点的动直角三角形斜边端点 B、C 落在椭圆 E 上，求动直角 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

【2021 届南开第二次质量检测】

21．在平面直角坐标系中，有定点$F(0,1)$，$M(-5,-1)$，动点P满足$|\overrightarrow{PF}|=|\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{OF}|$．

（1）求动点P的轨迹Γ的方程；

（2）过点$D(0,4)$作直线，交曲线Γ于两点A，B，以A，B为切点作曲线Γ的切线，交于点P，连接OA，OB，OP．

（i）证明：点P在一条定直线上；

（ii）记S_1，S_2分别为$\triangle AOP$，$\triangle BOP$的面积，求S_1+S_2的最小值.

【2021 届南开第三次质量检测】

22. 已知离心率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$的椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的上顶点为$D$，右焦点为$F$，点$P\left(4,2\right)$且$|PF|=|DF|$.

（1）求椭圆C的方程；

（2）过点P作直线l交椭圆C于A、B两点（A在P与B之间)，与直线DF交于点Q.记$\overrightarrow{PA}=\lambda_1\overrightarrow{PB}$，$\overrightarrow{QA}=\lambda_2\overrightarrow{BQ}$，求$\lambda_1-\lambda_2$的值.

【2021届南开第四次质量检测】

3．已知直线l_1：$(m+1)x+2y-1=0$，l_2：$8x+(m+1)y-m+1=0$，若$l_1//l_2$，则$m=$（　　）

A．-1　　　　B．-5　　　　C．-1或3　　　　D．3或-5

【2021届南开第四次质量检测】

5．设抛物线$y^2=2px(p>0)$的焦点为F，$P(a,2)$为抛物线上一点，若$|PF|=2$，则$p=$（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　　　B．1　　　　C．2　　　　D．$\frac{5}{2}$

【2021届南开第四次质量检测】

10．已知F为双曲线$M:\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$的左焦点，圆$Q:(x-5)^2+y^2=5$与双曲线$M$的渐近线有且仅有2个不同的公共点，则下列说法正确的是（　　）

A．双曲线的离心率为3

B．M的渐近线方程为$x\pm2y=0$

C．M上存在4个不同的点P，使得$|PF|=5$

D．设直线l与M交于A、B两点，点C与A关于原点O对称，若l的斜率为3，则直线BC的斜率为$\frac{1}{12}$

【2021届南开第四次质量检测】

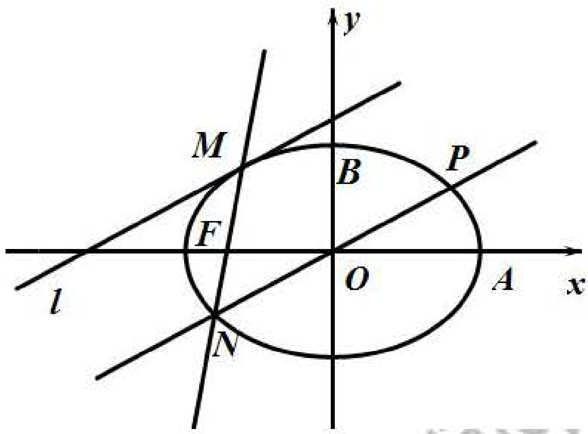
19．在平面直角坐标系下，已知动点P到定点$M(8,0)$，$N(2,0)$的距离之比为2.

（1）求动点P的轨迹方程C；

（2）若直线l：$y=kx+2$与曲线C交于A，B两点，且$|AB|\in\left[4\sqrt{3},2\sqrt{14}\right]$，求实数$k$的取值范围.

【2021届南开第四次质量检测】

21．已知椭圆Γ：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$在右、上顶点分别为$A$、$B$，$F$是椭圆$\Gamma$的左焦点，$P\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$是椭圆$\Gamma$上的点，且$|OB|=|OF|$（$O$是坐标原点）.

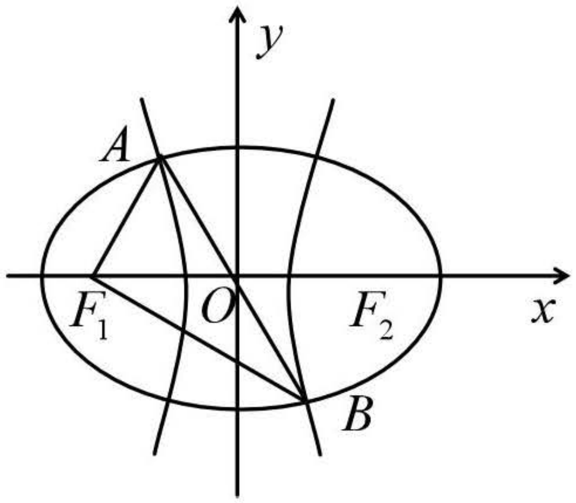


（1）求椭圆Γ的方程；

（2）设直线l与椭圆Γ相切于点M（M在第二象限），过O作直线l的平行线与直线MF相交于点N，问：线段MN的长是否为定值？若是，求出该定值；若不是，说明理由.

【2021届南开五模试题】

4．如图，F_1，F_2是椭圆C_1与双曲线C_2的公共焦点，A，B分别是C_1与C_2在第二、四象限的公共点，若$AF_1\perp BF_1$，设C_1与C_2的离心率分别为e_1，e_2，则$8e_1+e_2$的最小值为（　　）



A. $6+\frac{3\sqrt{2}}{2}$　　B. $4\sqrt{3}+\frac{\sqrt{6}}{2}$　　C. $\frac{5\sqrt{10}}{2}$　　D. $\frac{5\sqrt{5}}{2}$

【2021届南开五模试题】

7．已知点$P(1,a)(a>1)$在抛物线$y^2=2px(p>0)$上，过P作圆$(x-1)^2+y^2=1$的两条切线，分别交抛物线于点A，B，若直线AB的斜率为-1，则抛物线的方程为（　　）

A. $y^2=4x$　　B. $y^2=2x$　　C. $y^2=x$　　D. $y^2=\frac{x}{4}$

【2021届南开五模试题】

21．已知直线l：$y=kx+4$与抛物线C：$y=ax^2$交于A、B两点，O为坐标原点，$OA\perp OB$．

（1）求抛物线C的标准方程；

（2）若过点A的另一条直线l_1与抛物线C交于另一点M，与y轴交于点N，且满足$|AN|=|AM|$，求$|BM|$的最小值．

【2021届南开第五次质量检测】

7．过抛物线C：$y^2=4x$的焦点作倾斜角为$\frac{3}{4}\pi$的直线l交C于A、B两点，以C的准线上一点M为圆心作圆M经过A、B两点，则圆M的面积为（　　）

A. 96π　　B. 48π　　C. 32π　　D. 16π

【2021 届南开第五次质量检测】

13．已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$ 的一条渐近线方程为 $y=2x$，则该双曲线的离心率为________.

【2021 届南开第五次质量检测】

21. 已知 $D\left(2\sqrt{3},-3\right)$ 为椭圆 C_1：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 上一点，过点 D 作抛物线 C_2：$x^2=4\sqrt{3}y$ 的两条切线，切点分别为 A，B.

（1）求 AB 所在直线方程；

（2）若直线 AB 与椭圆 C_1 相交于 P，Q 两点，O 为坐标原点，设直线 PQ，OP，OQ 的斜率分别为 k，k_1，k_2，是否存在符合条件的椭圆使得 $k_1+k_2=8k$ 成立？若存在，求出椭圆方程；若不存在，请说明理由.

【2021 届南开第六次质量检测】

2．过抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2$ 的焦点 F 的直线 l 与抛物线交于 A，B 两点，若 l 的倾斜角为 $45°$，则线段 AB 的中点到 x 轴的距离是（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．2　　C．4　　D．3

【2021 届南开第六次质量检测】

22．已知$A(0,2)$，$B(0,-2)$，P为坐标平面内一动点，直线PA，PB的斜率k_{PA}，k_{PB}满足：$k_{PA}\cdot k_{PB}=-\dfrac{4}{3}$.

（1）求动点P的轨迹E的方程；

（2）过E上一点N作不与坐标轴平行的直线与E相切，交x轴于点D，O为坐标原点，试确定y轴上是否存在定点Q，使得$|\cos\angle DNQ|=\dfrac{1}{2}\sin\angle ODN$？若存在，请求出点$Q$的坐标；若不存在，说明理由.

【2021 届南开第七次质量检测】

8．已知 O 为坐标原点，点 A 在直线$l_1:x-y+c=0$上，点 B 在直线$l_2:2x-2y+3c=0$上，其中 c 为正数，$\triangle OAB$是以 O 为直角顶点的等腰三角形，若$\triangle OAB$的面积为$\dfrac{13}{2}$，则$c=$（　　）

A．1　　B．$2\sqrt{2}$　　C．$3\sqrt{2}$　　D．4

【2021 届南开第七次质量检测】

10．抛物线$C_1:y^2=2px(p>0)$与双曲线$C_2:\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{3}=1$具有共同的焦点 F，过 F 作$C_2$的一条渐近线的垂线 l，垂足为 H，与$C_1$交于 A、B 两点，O 为坐标原点，则有（　　）

A．$p=\sqrt{6}$

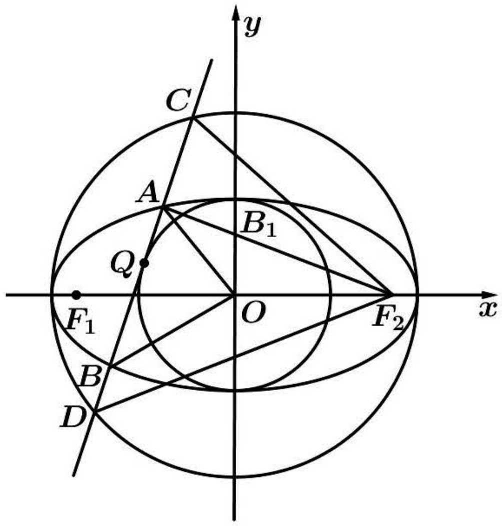
B．C_2的渐近线方程为$y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$

C．$OH=3$

D．若 l 的倾斜角为锐角，则经过 O、F 且与直线 l 相切的圆的标准方程为$(x-\sqrt{3})^2+(y-1)^2=4$

【2021 届南开第七次质量检测】

22．已知椭圆$E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左右焦点为$F_1$、$F_2$，离心率$e=\frac{\sqrt{3}}{2}$，过圆$C_1:x^2+y^2=b^2$上一点 Q（Q 在 y 轴左侧）作该圆的切线，分别交椭圆 E 于 A、B 两点，交圆$C_2:x^2+y^2=a^2$于 C、D 两点（如图所示）．当切线AB与 x 轴垂直时，$\triangle CDF_2$的面积为$3+\sqrt{3}$．



（1）求椭圆 E 的标准方程；

（2）（ i ）求$\triangle ABO$的面积的最大值；

（ii ）求证：$|AC|+|AF_2|$为定值，并求出这个定值．

【2021 届南开第八次质量检测】

7．若直线 $l: mx-y+m+1=0$ 与圆 $x^2-2x+y^2-8=0$ 相交于 A、B 两点，则弦长 $|AB|$ 的最小值为（　　）

A．$2\sqrt{3}$　　　　B．4　　　　C．$2\sqrt{5}$　　　　D．6

【2021 届南开第八次质量检测】

11．已知 F 为抛物线 $C: y^2=4x$ 的焦点，过 F 的直线 l 与抛物线 C 交于 A，B 两点(点 A 在第一象限)，线段 AB 的中点为 N，O 为坐标原点，则下列说法正确的是（　　）

A．$\triangle OAB$ 面积的最小值为 2

B．当直线 l 的斜率为 1 时，$|AF|=2|BF|$

C．以 AB 为直径的圆 N 与 y 轴相切

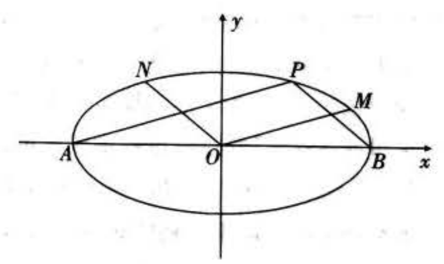
D．点 $M(m,0)(m>1)$ 及点 Q 满足 $\overrightarrow{FM}+\overrightarrow{FN}=\overrightarrow{FQ}$，若点 Q 在以 AB 为直径的圆 N 上，则 $|AM|=|BM|$

【2021 届南开第八次质量检测】

14．试写出一个中心为坐标原点，焦点在坐标轴上，渐近线方程为 $y=\pm 2x$ 的双曲线方程________.

【2021 届南开第八次质量检测】

21．如图，A，B 分别是椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左右顶点，且 $|AB|=2\sqrt{2}$，P (异于 A，B)为椭圆 C 上一动点，满足 $\triangle PAB$ 面积的最大值为 $\sqrt{2}$.



（1）求椭圆 C 的标准方程;

（2）过原点 O 作 $OM//AP$，$ON//BP$，点 M，N 都在椭圆 C 上，求 $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}$ 的最小值.