

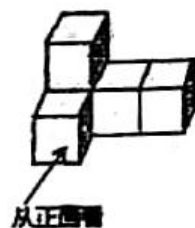
重庆育才中学初 2020 级 2019-2020 学年 (上) 学期半期考试

一、选择题：(本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分)

1. 实数 2 的相反数是 ()

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

2. 右图中立体图形的俯视图是 ()



第 2 题图

- A. B. C. D.

3. 为了调查某校初三年级学生的数学学习情况，以下样本最具代表性的是 ()

- A. 该年级篮球社团的学生 B. 该年级部分女学生
C. 该年级跑步较快的学生 D. 从每个班级中，抽取学号为 10 的整数倍的学生

4. 若 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，相似比为 4:3，则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 对应的中线之比为 ()

- A. 4:3 B. 3:4 C. 16:9 D. 9:16

5. 若一元二次方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的两个根为 m, n ，则一次函数 $y = (m+n)x + mn$ 的图象不经过 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

6. 若点 $(-2, y_1)$, $(-1, y_2)$, $(3, y_3)$ 在二次函数 $y = -x^2 + x - 3$ 的图象上，则 y_1, y_2, y_3 的大

小关系是 ()

- A. $y_3 = y_1 < y_2$ B. $y_3 < y_2 < y_1$ C. $y_2 < y_1 = y_3$ D. $y_1 < y_2 < y_3$

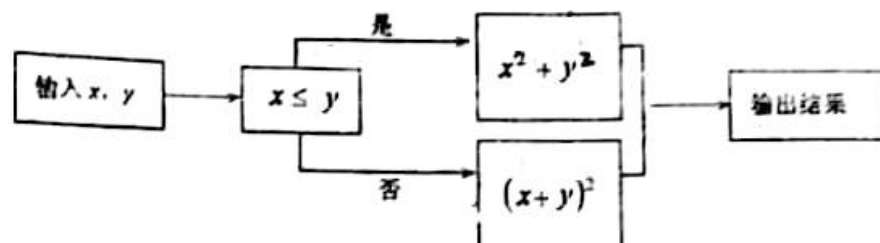
7. 估计 $\sqrt{32} + \sqrt{\frac{8}{3}} - 1$ 的计算结果应在 ()

- A. 2 和 2.5 之间 B. 2.5 和 3 之间 C. 3 和 3.5 之间 D. 3.5 和 4 之间

8. 关于 x 的一元二次方程 $(k+1)x^2 - 2x + 1 = 0$ 有两个实数根，则 k 的取值范围是 ()

- A. $k \geq 0$ B. $k \leq 0$ C. $k < 0$ 且 $k \neq -1$ D. $k \leq 0$ 且 $k \neq -1$

9. 按如图所示的运算程序，能使输出的结果为 8 的是 ()



- A. $x = -3, y = 1$ B. $x = -2, y = -2$ C. $x = \sqrt{2}, y = -\sqrt{2}$ D. $x = -3\sqrt{2}, y = \sqrt{2}$

10. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 过点 $(3, 0)$ ，且对称轴为直线 $x = 1$ 。下列说法：① $abc < 0$ ；

② $b^2 - 4ac > 0$ ；③ $a - b + c < 0$ ；④ $b - c > 2a$ 其中正确的是 ()

- A. ①② B. ①③④ C. ②④ D. ①②④

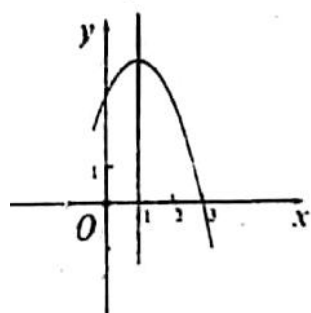
11. 如果关于 x 的不等式组 $\begin{cases} m < 5x \geq 2 \\ x - \frac{11}{2} < 3(x + \frac{1}{2}) \end{cases}$ 有且仅有四个整数解, 且关于 y 的分式方程

$\frac{2-my}{2-y} - \frac{8}{y-2} = 1$ 有非负数解, 则符合条件的所有整数 m 的和是

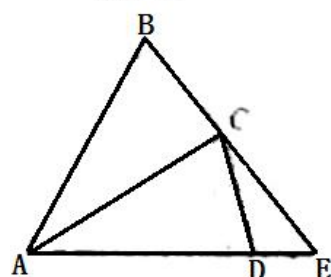
- A. 13 B. 15 C. 20 D. 22

12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=2$, $\angle BAC=30^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 沿 AC 翻折得到 $\triangle ACD$, 延长 AD 交 BC 的延长线于点 E , 则 $\triangle ABE$ 的面积为 ()

- A. $\frac{5\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}+3}{2}$ C. 5 D. $\frac{4\sqrt{3}-1}{2}$



第 10 题图



第 12 题图

二、填空题: (本大题 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

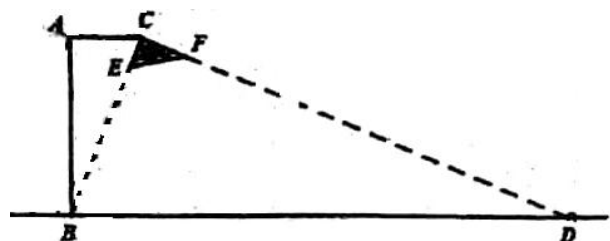
13. 计算: $(\pi - 2019)^0 + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$

14. 2019 年 10 月 7 日统计, 国庆假期重庆迎外地游客人数达到 38590000 人次, 38590000 用科学计数法表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$

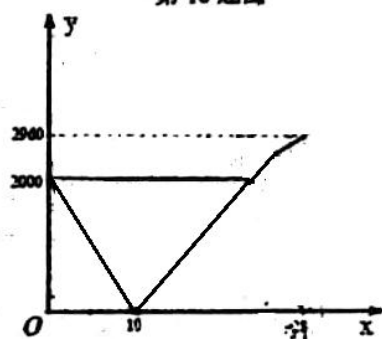
15. 已知点 $A(a, 2019)$ 与点 $A'(-2020, b)$ 是关于原点 O 的对称点, 则 $a+b$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$

16. 如图所示为某种型号的台灯的横截面图, 已知台灯灯柱 AB 长 30 cm, 且与水平桌面垂直, 灯臂 AC 长为 10 cm, 灯头的横截面 $\triangle CEF$ 为直角三角形, 当灯臂 AC 与灯柱 AB 垂直时, 沿 CE 边射出的光线刚好射到底座 B 点, 若不考虑其它因素, 则该台灯在桌面可照亮的宽度 BD 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$ cm.

17. 小蒲家与学校之间是一条笔直的公路, 小蒲从家步行前往学校的途中发现忘带作业本, 便向路人借了手机打给妈妈, 妈妈接到电话后, 带上作业本马上赶往学校, 同时小蒲沿原路返回, 两人相遇后, 小蒲立即赶往学校, 妈妈沿原路返回家, 小蒲到达学校刚好比妈妈到家晚了 2 分钟. 若小蒲步行的速度始终不变, 打电话和交接作业本的时间忽略不计, 小蒲和妈妈之间的距离 y 米与小蒲打完电话后步行的时间 x 分钟之间的函数关系如图所示, 则相遇后妈妈返回家的速度是每分钟 $\underline{\hspace{2cm}}$ 米.



第 16 题图



第 17 题图

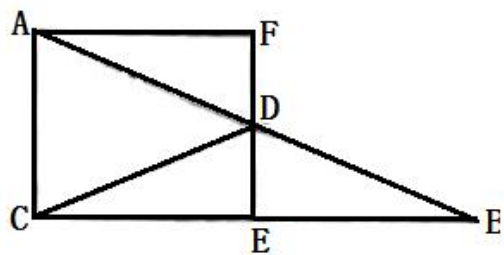
18. 某超市销售水果时, 将 A、B、C 三种水果采用甲、乙、丙三种方式搭配装箱进行销售, 每箱的成本分别为箱中 A、B、C 三种水果的成本之和, 箱子成本忽略不计. 甲种方式每箱分别装 A、B、C 三种水果 6kg、3kg、1kg; 乙种方式每箱分别装 A、B、C 三种水果 2kg、6kg、2kg. 甲每箱的总成本是每千克 A 成本的 15 倍, 每箱甲的销售利润率为 20%, 每箱甲比每箱乙的售价低 25%, 丙每箱在成本上提高 40% 标价后打八折销售获利为每千克 A 成本的 1.2 倍, 当销售甲、乙、丙三种方式的水果数量之比为 2: 1: 5 时, 则销售的总利润率为_____.

三、解答题 (本大题共 7 个小题, 每个小题 10 分, 共 70 分)

19. 解方程: (1) $2x^2 - \sqrt{3}x - 1 = 0$ (2) $3(x-3)^2 = 4(x-3)$

20. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 是 AB 中点, 连 CD, 过点 D 作 $DE \perp BC$ 于 E, 过 A 作 $AF \perp ED$ 的延长线于 F.

(1) 若 $\angle B = 25^\circ$, 求 $\angle ADC$ 的度数; (2) 求证: $DF = DE$.



21. 我校初二体育考试选择项目中，选择篮球项目和排球项目的学生比较多。为了解学生掌握篮球技巧和排球技巧的水平情况，进行了抽样调查，过程如下，请补充完整下表。

收集数据：从选择篮球和排球的学生中各随机抽取 10 人，进行了测试，测试成绩如下：

排球 9 9.5 9 9 8 10 9.5 8 7 9.5

篮球 9.5 9.5 8.5 8.5 10 9.5 6 8 6 9

整理、描述数据：按如下分数段整理、描述这两组样本数据：

成绩 x	$4.0 \leq x < 5.5$	$5.5 \leq x < 7.0$	$7.0 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10$	10
人数					
项目					
排球	1	0	2	6	1
篮球	0	2	1	6	1

(说明：成绩 8.5 分及以上为优秀，6 分及以上为合格，6 分以下为不合格。)

分析数据两组样本数据的平均数、中位数、众数如下表所示：

项目	平均数	中位数	众数
排球	8.55	a	9 和 9.5
篮球	8.45	8.75	b

应用数据

(1) 填空：a = _____, b = _____;

(2) 初三年级的小伟和小明看到上面数据后，小伟说：排球项目整体水平较高；小明说：篮球项目整体水平较高。

你同意_____的看法，理由为：①_____；

②_____。(从两个不同的角度说明推断的合理性)

(3) 如果初二年级有 180 人选择排球项目，请估计该年级排球项目获得优秀的人数。

22. 对于任意一个自然数 N ，将其各个数位上的数字相加得到一个数，我们把这一过程称为一次操作，把这个得到的数进行同样的操作，不断进行下去，最终会得到一个一位数 K ，我们把 K 称为 N 的“终极数”，

并记 $f(N) = K$ 。例如， $456 \rightarrow 4+5+6=15 \rightarrow 1+5=6$ ， $\therefore f(456)=6$ 。

(1) 计算： $f(2019) = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $f(20192020) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 有一个三位自然数 $M = \overline{xyz}$ ，已知 $f(M) = 4$ ，且 $x < y < z$ ，请求出所有满足条件的自然数 M 。

23. 某数学兴趣小组根据学习函数的经验, 对分段函数 $y = \begin{cases} ax^2 + bx - 3 (x \geq 1) \\ x^2 - 1 (x < 1) \end{cases}$ 的图象与性质进行了探究, 请

补充完整以下的探索过程:

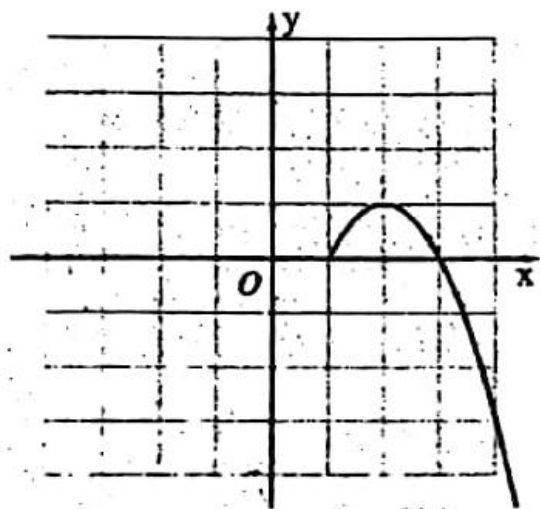
x	...	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	3	0	-1	0	1	0	-3	...

(1) 填空: $a =$ _____, $b =$ _____.

(2) ①根据上述表格补全函数图像;

②该函数图像是关于_____对称的_____ (横线上填轴对称或中心对称) 图形.

(3) 若直线 $y = \frac{1}{2}x + t$ 与该函数图象有三个交点, 直接写出 t 的取值范围.



24. 国庆期间电影《我和我的祖国》上映, 在全国范围内掀起了观影狂潮. 小王一行 5 人相约观影, 由于票源紧张, 只好选择 3 人去 A 影院, 余下 2 人去 B 影院, 已知 A 影院的票价比 B 影院的每张便宜 5 元, 5 张影票的总价格为 310 元.

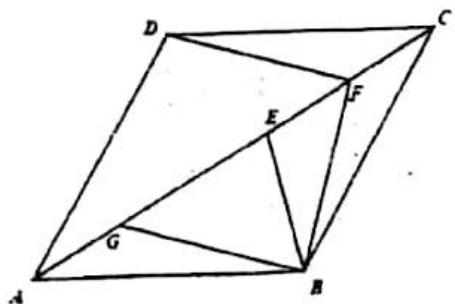
(1) 求 A 影院《我和我的祖国》的电影票为多少钱一张;

(2) 次日, A 影院《我和我的祖国》的票价与前一日保持不变, 观影人数为 4000 人. B 影院为吸引客源将《我和我的祖国》票价调整为比 A 影院的票价低 $a\%$ 但不得低于 50 元, 结果 B 影院当天的观影人数比 A 影院的观影人数多了 $2a\%$. 经统计, 当日 A、B 两个影院《我和我的祖国》的票房总收入为 505200 元, 求 a 的值.

25.如图, 四边形 $ABCD$ 为菱形, $\angle BCD=60^\circ$, E 为对角线 AC 上一点, 且 $AE=AB$, F 为 CE 的中点, 连接 DF 、 BF , $BG \perp BF$ 与 AC 交于点 G ;

(1) 若 $AB=2$, 求 EF 的长;

(2) 求证: $CG - EF = \sqrt{2}BG$.



四、解答题（本大题1个小题，共8分）

26. 如图，二次函数 $y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{3}{2}x + 6$ 与 x 轴相交 A, B 两点，与 y 轴相交于点 C 。

(1) 若点 E 为线段 BC 上一动点，过点 E 作 x 轴的垂线与抛物线交于点 P ，垂足为 F ，当 $PE - 2EF$ 取得最大值时，在抛物线 y 的对称轴上找点 M ，在 x 轴上找点 N ，使得 $PM + MN + \frac{\sqrt{2}}{2}NB$ 的和最小，若存在，求出该最小值及点 N 的坐标；若不存在，请说明理由。

(2) 在 (1) 的条件下，若点 P' 为点 P 关于 x 轴的对称点，将抛物线 y 沿射线 BP' 的方向平移得到新的抛物线 y' ，当 y' 经过点 A 时停止平移，将 $\triangle BCN$ 沿 CN 边翻折，点 B 的对应点为点 B' ， $B'C$ 与 x 轴交于点 K ，若抛物线 y' 的对称轴上有点 R ，在平面内有点 S ，是否存在点 R, S 使得以 K, B', R, S 为顶点的四边形是菱形，若存在，直接写出点 S 的坐标；若不存在，请说明理由。

